### 測定の不確かさ入門

国立研究開発法人産業技術総合研究所計量標準総合センター

城野克広(k.shirono@aist.go.jp)

# 用語の説明と不確かさの導入

- 不確かさに関連する用語
- 不確かさの導入

### 計測用語

• 「JIS Z8103:2019 計測用語」

• 参考:ISO/IEC Guide 99:International Vocabulary of Metrology(VIM):国際計量計測用語):計量に関する国際的な用語集。

VIMの中身を実質的に含むように、JIS Z 8103は 改正。

### 計測用語

- JIS Z 8103の2019年版の主な変更点
- **不確かさ**:測定値に付随する、合理的に測定対象量に結び付けられうる値の広がりを特徴づけるパラメータ
- 精確さ、総合精度:測定値と測定対象量の真値と の一致の度合い
- **真度・正確さ**:無限回の反復測定によって得られる測定値の平均と参照値との一致の度合い
- **精密さ・精度**:指定された条件の下で、同じ又は 類似の対象について、反復測定によって得られる 指示値又は測定値の間の一致の度合い
- <u>「精度」は2000年版と異なるので注意。</u>

### 繰返し性・再現性

- **繰返し性・併行精度**:一連の測定の繰り返し条件の下での測定の精密さ
- 再現条件:異なる測定場所、異なるオペレータ、 異なる測定システム、及び同一又は類似の対象 についての反復測定からなる一連の条件から構 成される測定の条件
- 再現性・再現精度:測定の再現条件の下での測 定の精密さ

### SI単位

• SI基本単位は以下の7つである。

量	名称	記号
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
時間	秒	S
電流	アンペア	А
熱力学温度	ケルビン	K
物質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd

### SI単位

• 2019年5月20日:SI基本単位の大きな改訂が あった。

SIは以下の単位系である。

非摂動・基底状態にあるセシウム133原子の超微細構造の周波数 △vc。を 9 192 631 770 Hz とし、

真空中の光速*c*を 299 792 458 m/s とし、

プランク定数hを 6.626 070 15 x  $10^{-34}$  J s とし、

電荷素量eを 1.602 176 634 x 10<sup>-19</sup> C とし、 ボルツマン定数kを 1.380 649 x 10<sup>-23</sup> J/K 1.380 649 x 10<sup>-23</sup> J/K とし、

アボガドロ定数 $N_{\Delta}$ を 6.022 140 76 x  $10^{23}$  mol $^{-1}$  とし、

周波数540×10<sup>12</sup> Hzの単色光の発光効率K<sub>cd</sub>を 683 Im/W とする

(BIPMホームページ : https://www.bipm.org/en/measurement-units/ の私的な翻訳。正式な訳ではありません。)

### SI単位:再定義

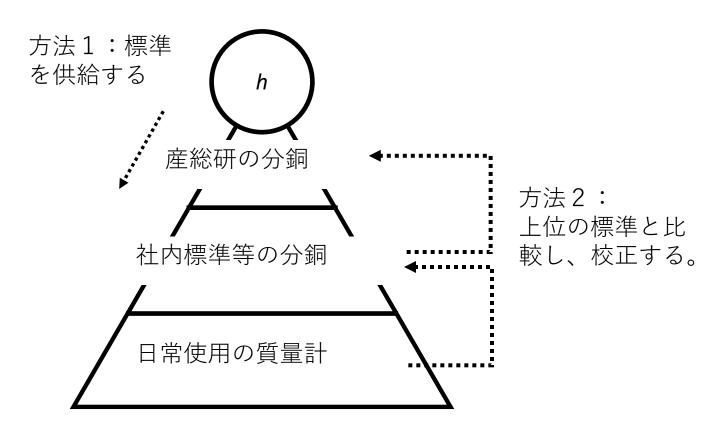
- 2019年以前は国際キログラム原器により 1 kgが決まっていた。
- 新しい定義は、「キログラム(記号 kg)は質量のSI単位であり、プランク定数hを単位LS0 kg  $m^2$   $s^{-1}$  に等しい)で表したときに、その数値をLS6.626 070 LS6 LS7 LS8 LS9 LS
- (https://unit.aist.go.jp/nmij/public/report/SI\_9th/pdf /SI%E5%9F%BA%E6%9C%AC%E5%8D%98%E4%BD%8D %E3%81%AE%E6%94%B9%E5%AE%9A\_all.pdf)

### SI単位:再定義

- 他にもアンペア、ケルビン、モルの3つが変わった。
- アンペアの定義には電荷素量が用いられている。
- ケルビンの定義にはボルツマン定数kが用いられている。
- モルの定義にはアボガドロ定数が用いられている。
- 秒、メートルとカンデラはこれまで通り。

### トレーサビリティ

・どのようにして、SI単位を実現するか?



### トレーサビリティ

- トレーサビリティとは、ある測定値の、それを得るために使用した測定器や測定標準が、校正をさかのぼって、国家標準(又は国際標準)にたどり着くこと。
- ・トレーサビリティとは、「個々の校正が不確か さに寄与する切れ目なく連鎖した文書化された 校正を通して、測定結果を参照基準に関連付け ることができる測定結果の性質。」(Z8103)
- トレーサビリティを実現するには不確かさも必要。

### 測定の不確かさの導入

- 国家計量機関の間では、定期的に同じ測定対象量を測定し、同じ値になるかどうかを比較する 比較試験が行われている。
- 国家計量機関の測定はSIトレーサブルに行われているが、それでも比較試験の結果にはばらつきがある。
- 測定の一致性の定量的なエビデンスとして、これを説明するためのばらつきの特徴量を評価する必要があった。
- これが「測定の不確かさ」である。

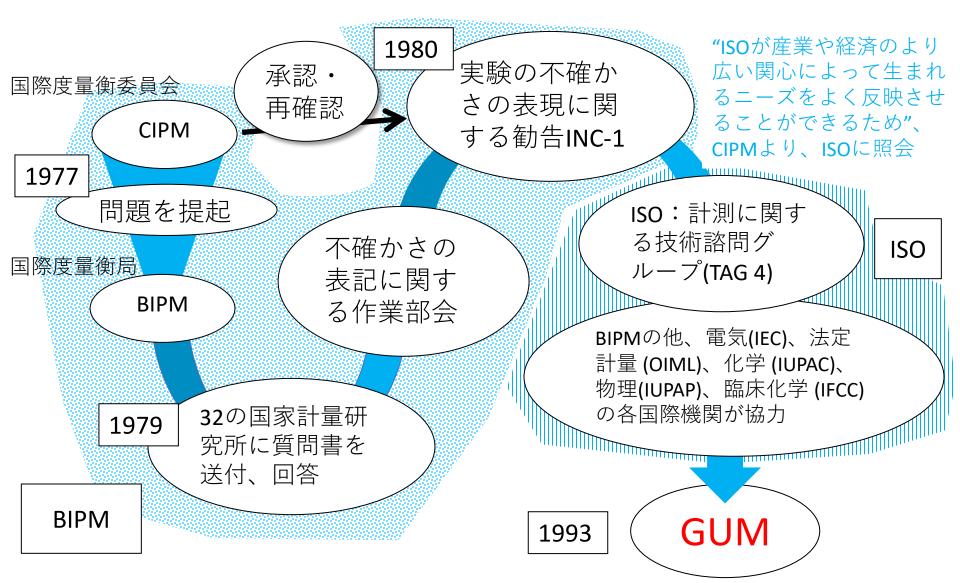
### 不確かさとGUM

- 国際文書「Guide to the expression of uncertainty in measurement」
- 不確かさとは何か

#### GUMとは

- 国際文書「GUM(Guide to the expression of Uncertainty in Measurement)」(ISO guide 98-3 としても位置付けられている)に示されている 測定の信頼性評価の指標
- •日本国内では、翻訳として「測定における不確かさの表現ガイド[GUM]ハンドブック」(日本規格協会、2018)が出版されている。
- ・また、関連する文書の整備も進んでいる。(英語版はBIPMホームページで閲覧可。)

### 不確かさの歴史



### G U M 2.2.3 の不確かさの定義

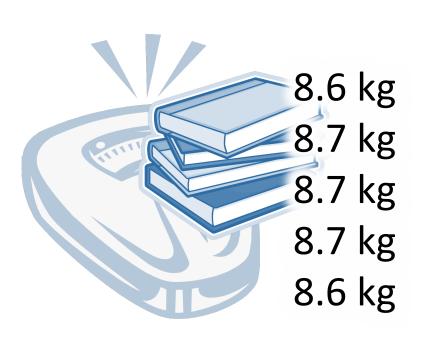
・測定の結果に付随した、 合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の ばらつきを特徴づけるパラメータ。

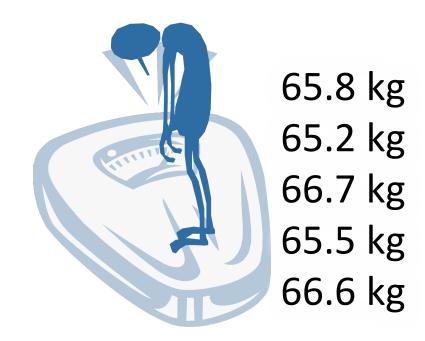
• ちなみにJIS Z 8103では、

「測定値に付随する,合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の<u>広がり</u>を特徴づけるパラメータ。」

### 測定の結果に付随した、

最近、体重の増えてきたAさん。下は本の質量と、Aさんの体重を同じ期間に記録したもの。 体重を測ったときの方がばらつきが大きいのは、 体重計が故障しているからでしょうか?



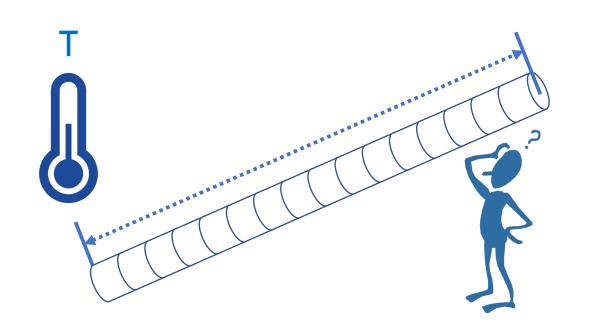


### 測定の結果に付随した、

- ・測定の結果というのは、「測定値」のことである。
- 体重計の不確かさとは言わない。つまり、「測定器」の不確かさとは言わない。
- おおよその場合、温度計の不確かさ、質量計の不確かさ、デジタルマルチメータの不確かさと言われているものは、それを校正した際の「校正値」の不確かさか、それを使用した際の「測定値」の不確かさという意味である。(どちらかは、文脈で判断する。)

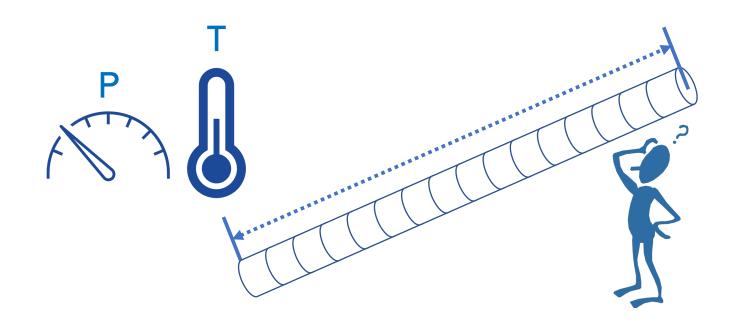
# 合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の

- 20 °Cの金属棒の長さを知りたい。
- 実験室の温度は全く誤差なくぴったり20°Cでないと測定する意味はないだろうか?



## 合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の

- 「20°Cの金属棒の長さ」を知りたい。
- というだけでは、1013 hPa (1気圧) のときの長さか、1014 hPa の長さか分からないので、測定はできないだろうか?

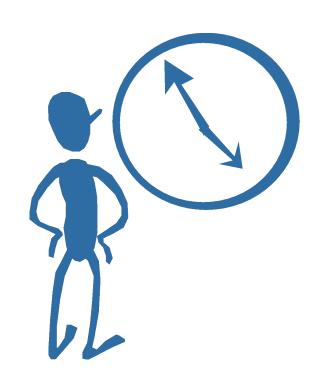


# 合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の

- 合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の には2つの意味がある。
- ひとつは、ある定義を定めたときに、それを実現することが現実でないことにより生じる「近似」によって不確かさが生じることである。
- もうひとつは、そもそもその「定義」に不確か さがあることである。
- 現実的な運用としては、なるべく不確かさの小さく、かつ、実用的な定義を作り、それに基づいてなるべく近似の小さい測定を行うことが求められる。

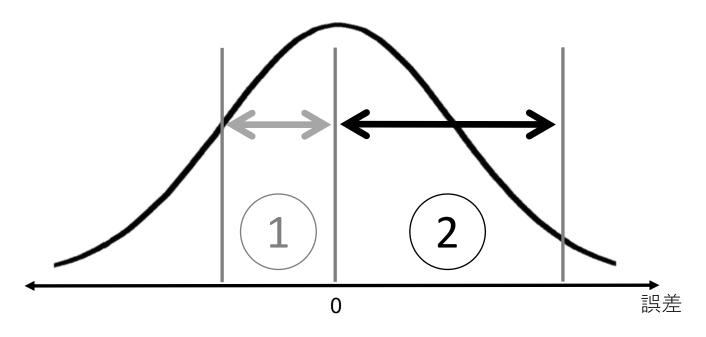
### ばらつきを特徴づけるパラ メータ

"ぴったり10分"ずれている時計が、「4時50分」を示している。5時まで勤務のAさんはもう帰ってもよいでしょうか?



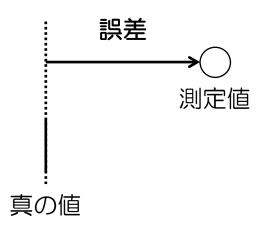
### ばらつきを特徴づけるパラ メータ

- ばらつきを特徴づけるパラメータというのは、 かたよりを対象としないことを意味している。
- ずれの大きさ(10分)と方向(進んでいるか、 遅れているか)の両方が正確に分かる場合、それは補正されるべきである。
- 不確かさは、できる補正を全て行い、ずれの方向が分からない場合にのみ議論される。



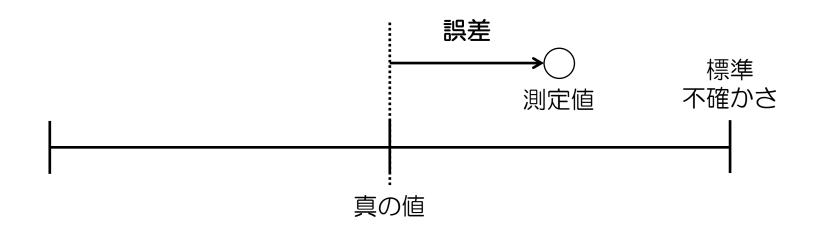
「測定における不確かさの表現ガイド[GUM]ハンドブック」 2 定義 2.3.1 標準不確かさ 標準偏差で表す、測定の結果の不確かさ

2.2.2 この標準仕様書において、形容詞の付かない単語"不確かさ"の一般的概念、及びその概念の定量的尺度のどれか又は全て、の両者を指すときに用いる。ある特定の尺度を表すときには適切な形容詞を付けて用いる。



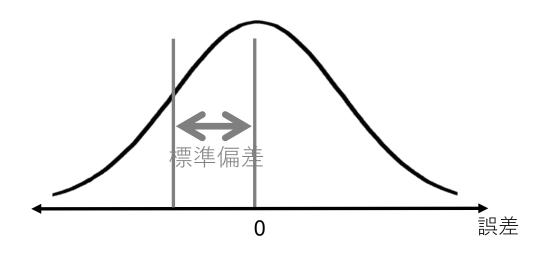
「測定における不確かさの表現ガイド[GUM]ハンドブック」

**B.2.3 真の値** ある特定の量の定義に合致する値。 **B.2.19 誤差** 測定の結果から測定対象量の真の値を引いたもの。



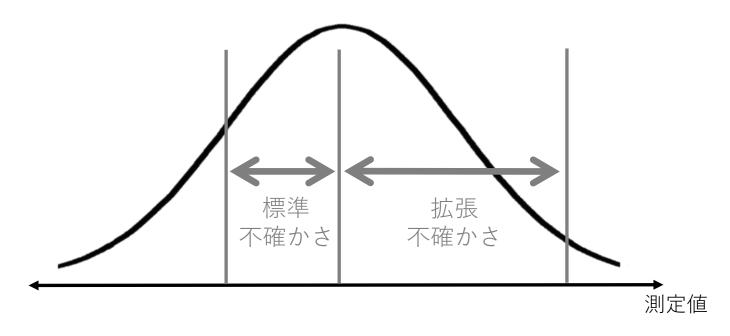
「測定における不確かさの表現ガイド[GUM]ハンドブック」 3基本概念 3.3.1注 ある測定の結果(補正後の)は、大きな不確かさを持つ時でも、知らないうちに測定対象量の値に非常に近づく(したがって、無視できるほどの誤差をもつ)ことがありうる。このため、測定の結果の不確かさは、残留する未知の誤差と混同してはならない。

#### 「不確かさ評価」と「誤差解析」の違い



不確かさ評価は、従来の誤差評価の中で一般的な方法の一つ。ただし、系統的な効果に上のような確率分布のイメージを持ちにくく、系統効果は偶然効果と別に評価されることも多かった。不確かさ評価では、評価の過程で系統効果や偶然効果を区別することもあるが、最終的には一つの値にまとめる。

### 拡張不確かさ



標準不確かさは普通のずれの大きさと言える。計量管理では、大きいずれが発生したときに対応させるために、標準不確かさを2倍した拡張不確かさが用いられることが多い。 拡張不確かさの範囲には、95 %の測定値が含まれると言われる。

### 測定の不確かさ

- 不確かさとは、「測定の結果に付随した、合理的に測定対象量に結び付けられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ。」
- ・測定の不確かさの評価では、標準偏差のことを標準不確かさと呼ぶ。標準偏差とは文字通り、 普通(=標準)のずれ(=偏差)のこと。

#### クイズ

- 下の文章の正誤について答えよ。
- A) 「不確かさ」と「誤差」は基本的には同じも のを指す。
- B) 標準不確かさは統計学でいう標準偏差で表される不確かさの大きさのことである。
- c) 校正の結果がずれがあることが分かった測定器を用いるとき、得られた結果は補正するのが不確かさを見積もるための前提である。

### 繰返しの標準不確かさ

- 平均値の標準偏差
- ひとつの読み値の標準偏差

### 繰返しの標準不確かさ

• ある物体の質量を3回量り、以下の値を得た。

9.8 g

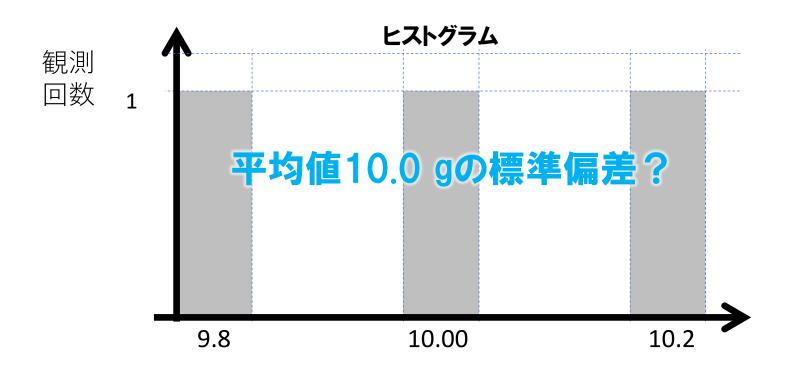
10.0 g

10.2 g

・この場合、平均値10.0gを報告することが多い。 この平均値10.0gの標準偏差を求める。

### 繰返しの標準不確かさ

横軸に測定値、縦軸に測定回数をとった棒グラフをヒストグラムと呼ぶ。標準偏差の説明をしたときのグラフに似てはいない。



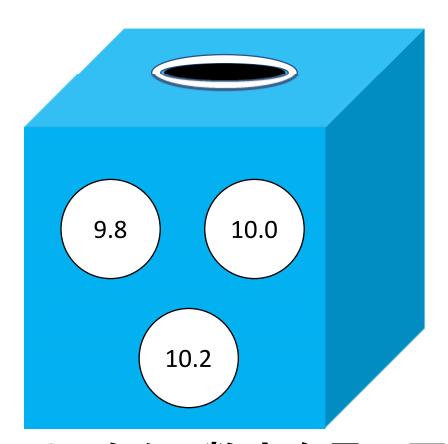
### 平均値の標準偏差

平均値(10.0g)のばらつきと、ひとつの読み値(9.8g, 10.0g, 10.2g)のばらつきは違う。平均値の標準偏差は、ひとつの読み値の標準偏差を用いて、以下のように計算することができる。

(ひとつの読み値の標準偏差)



### 平均値の標準偏差



1回引いたら、数字を見て戻す。3回引いて、平均を計算する。

### 平均値の標準偏差

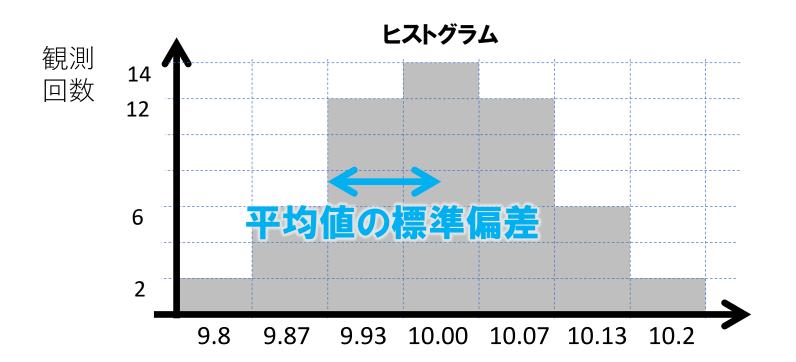
• 仮に、数字の候補が3つしかなくても、平均値はたくさんできる。

```
10.20 \ 10.00 \ 10.00 \ 9.87 \ 9.93 \ 10.00 \ 9.93 \ 10.07 \ 10.07 \ 10.00 \ 10.13 \ 9.87 \ 10.00 \ 10.00 \ 10.00 \ 10.00 \ 10.00 \ 10.00 \ 10.00 \ 9.93 \ 10.00 \ 10.07 \ 10.07 \ 10.07 \ 9.80 \ 10.13 \ 10.07 \ 10.07 \ 10.07 \ 10.07 \ 9.87 \ 10.13 \ 9.80 \ 10.13 \ 10.00 \ 10.00 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.93 \ 9.
```

このばらつきを考える。

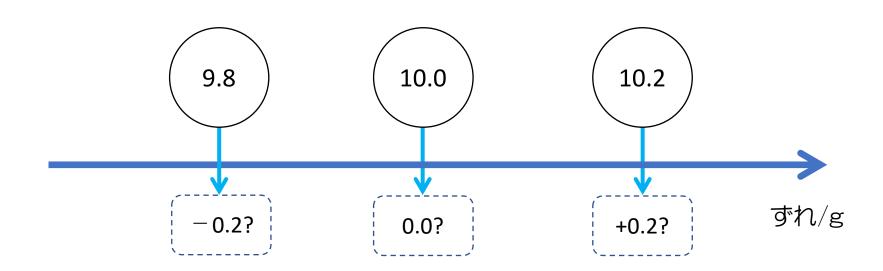
### 平均値の標準偏差

•標準偏差の説明をしたときのグラフと似ている。

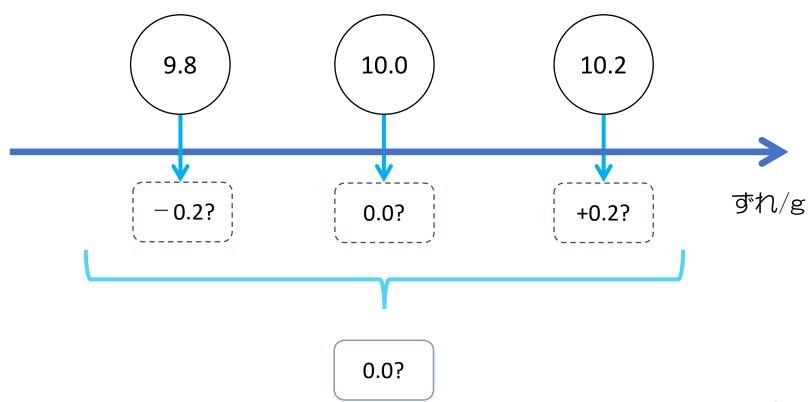


ひとつの読み値の標準偏差

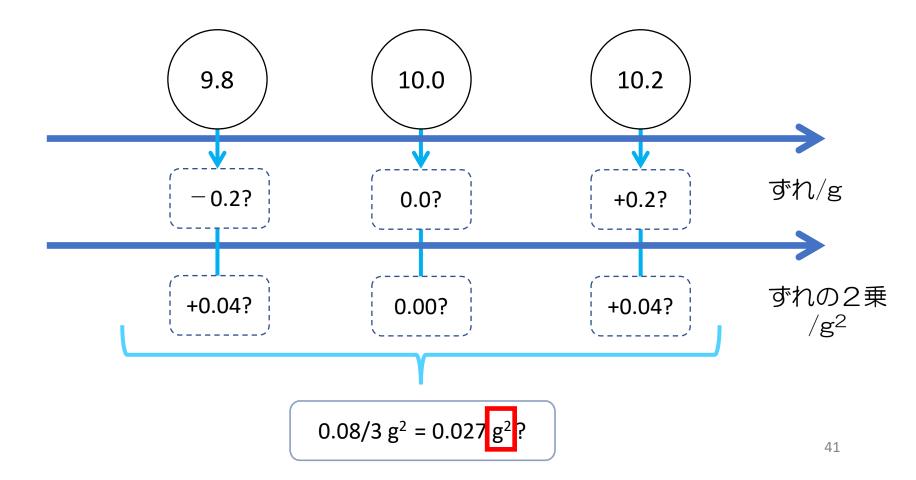
・標準偏差とは文字通り、普通(=標準)のずれ (=偏差)のこと。



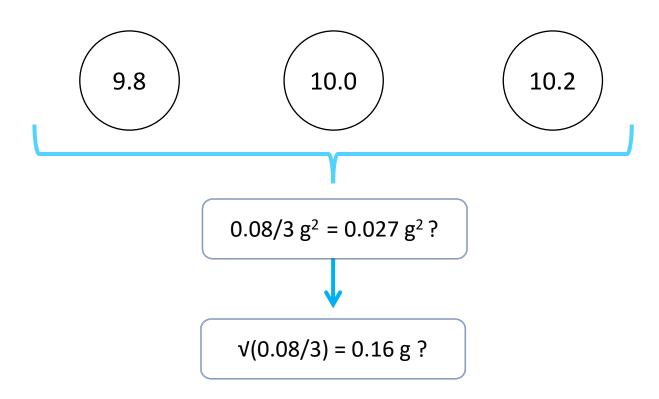
• ずれの平均を考えると?



• いったん、2乗してみよう。



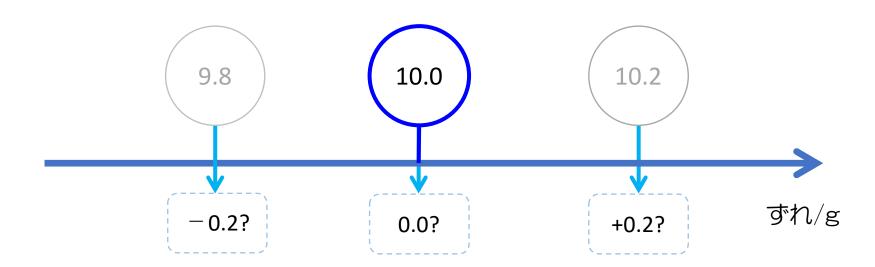
単位を合わせるために、平方根をとる…というのは良くない。



• 実際には以下の計算をする。

$$=\sqrt{\frac{0.08 \,\mathrm{g}^2}{2}} = 0.20 \,\mathrm{g}$$

• 10.0 gが本当の平均とは言い切れないことが問 題。

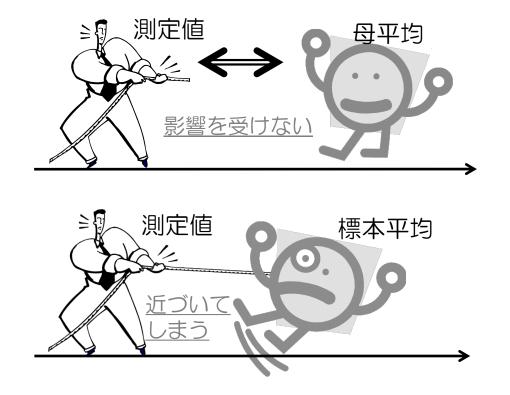


# ひとつの読み値の標準偏差(母平均と標本平均)

- ・A君の期末試験は60点だった。となりの席のB 君は40点、C君は50点で、3人の平均は50点 だった。A君はこの50点よりはよい成績である。 クラスの平均点より、確実によい成績と言える か。
- **母平均**:興味の対象全体の平均値。いわゆる「真の値」。上の例ではクラスの平均点。
- 標本 (サンプル) 平均: サンプルの平均値。上の場合は3人の平均の50点。

# ひとつの読み値の標準偏差(母平均と標本平均)

「繰り返し数」ではなく「繰り返し数-1」で除することで、母平均が分からない分、ちょっと標準偏差を大きくしていると言える。



## ひとつの読み値の標準偏差 (EXCEL)

- EXCELで計算するには、STDEVという便利な関数がある。
- 例えば、A1に9.8、A2に10.0、A3に10.2を入力し、「=STDEV(A1:A3)」とすると、標準偏差s (の単位なしの値0.20)が求まる。

## 繰返しの標準不確かさ (再 掲)

• ある物体の質量を3回量り、以下の値を得た。

9.8 g

10.0 g

10.2 g

• この場合、平均値10.0gを報告するのが、よく 行われる。この平均値10.0gの標準偏差を求め る。

### 繰返しの標準不確かさ

- •ひとつの読み値の標準偏差は0.20gである。
- ひとつの読み値の標準偏差を√繰り返し数で割ったものが、平均値の標準偏差である†。

### 平均値10.0 gの標準偏差

$$=\frac{0.20 \text{ g}}{\sqrt{3}} = 0.12 \text{ g}$$

# 国家試験計量士2020年間7 (を改変)

• ある測定器Aと、より高価で精密な測定器Bがある。測定器Aの繰返し性を標準偏差で評価すると $\sigma_{A}$ であり、測定器Bの繰返し性 $\sigma_{B}$ の4倍である。測定器Aで何回繰返し測定を行ったときの平均値が、測定器Bによる1回の測定結果と同等な繰返し性を持つか。正しいものを一つ選べ。

- 1. 4回
- 2. 16回

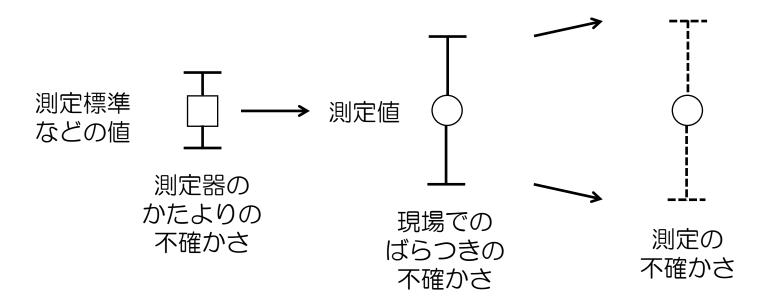
## 不確かさの合成

- 不確かさの合成
- 感度係数

### 測定の不確かさ

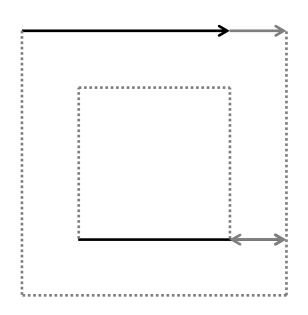
- ① 測定の値はばらつく (現場でのばらつき)
- ② そもそも測定器の値がずれているかも (測定器 のかたより)

この2つを合わせて考えることができる「測定値の 信頼性」を表す測定の不確かさを考えたい。



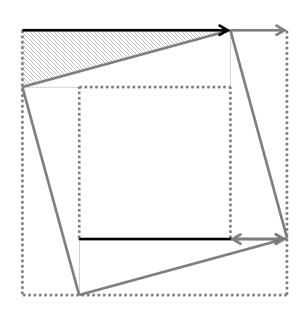
### 測定の不確かさの合成

- ある不確かさに対して、別の不確かさは、どちらにずれるか分からない。
- 2つの場合の、ただ平均を考えても意味がない。
- そこで、大きくずれたときと、小さくずれたときのずれの 2乗(つまり正方形の面積)を考え、その平均を取る。



### 測定の不確かさの合成

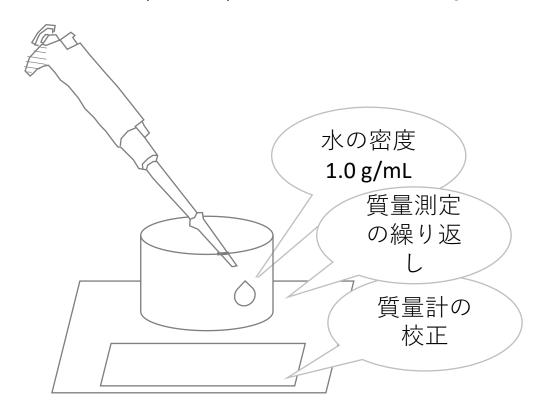
- 実線で描かれた正方形は、点線の大きな正方形と小さな正方形の平均の面積をもつ。
- この正方形の一辺の大きさは、塗りつぶした直角三角 形に着目すれば、2つの不確かさを2乗して足した値 の平方根であり、これが合成した不確かさである。



### 測定の不確かさ (伝ば則)

より具体的には以下の計算で不確かさを合成する。不確かさの要因が複数あるとき、これらを 2乗して足し、その正の平方根により合成した 値の不確かさを求める。これを不確かさの伝播 (でんぱ) 則などと呼ぶ。

水の質量を密度を使って体積に変換し、マイクロピペットの体積(出用)を測定する。



質量測定の繰り返し9.8 g10.0 g10.2 g

- 平均値は10.0 g。
- この平均値の繰り返しの標準不確かさは、0.12 gである。
- ただこれでは、「体積の不確かさ」にはなっていない。

グラムの値を密度(1.0 g/mL)で割って、体積に変換しておいた方が便利。

```
9.8 g / (1.0 g/mL) = 9.8 mL
10.0 g / (1.0 g/mL) = 10.0 mL
10.2 g / (1.0 g/mL) = 10.2 mL
```

- 平均値は10.0 mL。
- この平均値の繰り返しの標準不確かさは、0.12 mLである。

- 校正値の標準不確かさ0.09 g
- この値も体積値に変換しないといけない。
- このとき、やはりグラムの値を密度 (1.0 g/mL)で割って、体積に変換する。

0.09 g / (1.0 g/mL) = 0.09 mL

### 単位を変換する

• 1 / (1.0 g/mL) = 1.0 mL/g を乗じることで、体積に変換するともいえる。

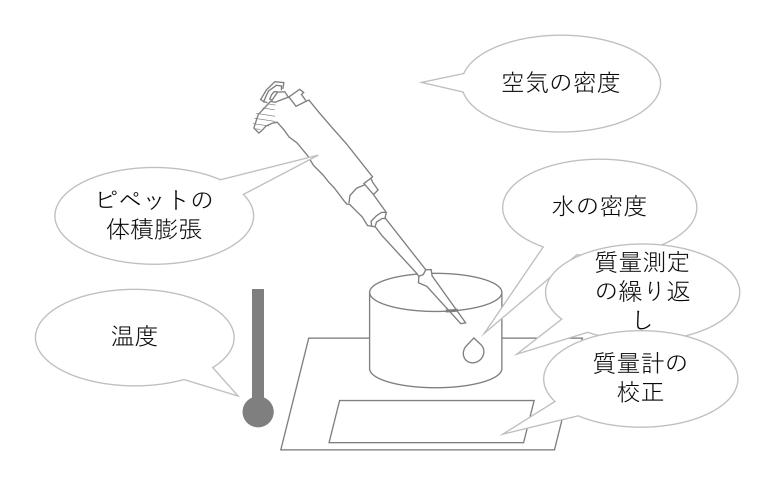
$$0.09 \text{ g} \times 1.0 \text{ mL/g} = 0.09 \text{ mL}$$

• この測定対象の量に変換するために乗じる値の ことを**感度係数**と呼ぶ。

## バジェットシート

不確かさ要因	記号	標準不確かさ <i>u</i> (x <sub>i</sub> )	感度係 数	測定対象量の標準不 確かさ <i>u</i> (x <sub>i</sub> )	備考
測定器の正確さ	u(∆x)	0.09 g	1.0 mL/g		校正の 結果
繰返し	u(x)	0.12 mL	1		<b>3</b> 回繰 返し
合成標準不確かさ	$u_{\rm c}(x)$				
拡張不確かさ	U				<i>k</i> = 2

### 本当の評価では…



実際の不確かさの要因は、測定器の校正の不確かさと単純な繰り返しだけではない。

### 本当の評価では…

JCG202S21 不確かさ見積に関するガイド(液体体積計/ピペット)を整理 公称容量 10 μLのピペットについて校正し、9.970 μLを得た時の不確かさ。 http://www.nite.go.jp/data/000001397.pdf

不確かさ要因	
質量測定の繰り返し(10回繰り返し)	0.0280 μL
質量計の校正の不確かさ	0.0215 μL
液体(水)の密度の不確かさ	0.0007 μL
空気の密度の不確かさ	0.0001 μL
ピペットの体積膨張による不確かさ	0.0014 μL
ピペットの温度の不確かさ	0.0009 μL
液体(水)の蒸発による不確かさ	0.0100 μL
試験所内の再現性の不確かさ	0.0200 μL
合成した不確かさ	0.0418 μL

すべての不確かさの要因について単位を変換し、不確かさを 二乗して足したもの(二乗和)の平方根を取って合成する。

### 参考文献など

• 不確かさWeb 私の所属する研究グループが運営するHP。分散分析のソフトも無償配布中。本講習資料は不確かさWebにて期間限定公開の予定。

https://unit.aist.go.jp/riem/ds-rg/uncertainty/uncertainty.html

• (独)製品評価技術基盤機構HP公開文書一覧に、「測定の不確かさの関する入門ガイド」「校正の不確かさに関する表現」と各量の不確かさの見積もりの事例が公開されている。

http://www.nite.go.jp