

はじめての「計測における不確かさ」

産業技術総合研究所 計量標準総合センター
田中秀幸

なぜ今、不確かさ評価なのか？

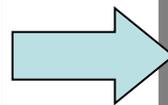
測定結果

ヤード、ポンド、尺、貫
など

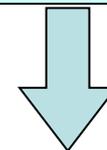
SI単位
導入

測定結果に一貫性

世界中のどこでも通じる



測定値は通じる、
では値はどのくらい
信用できるのか？



結果の質についての指標も必要

**結果の質についての指標
「不確かさ」**

トレーサビリティ

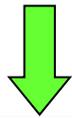
質量では

標準供給

プランク定数

トレーサビリティ

どれくらいうまく比較
できているのか？



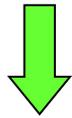
比較(校正)

シリコン球



比較(校正)

特定標準器: 標準分銅群



比較(校正)

社内標準等の分銅(標準器)



比較(校正)

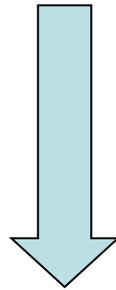
普段測定で用いているはかり(測定器)



トレーサビリティ

トレーサビリティとは

個々の校正が**不確かさ**に寄与する，切れ目なく連鎖した，文書化された校正を通して，測定結果を参照基準に関連付けることができる測定結果の性質。



トレーサビリティを確保するためには**不確かさ**が必要！

GUMについて

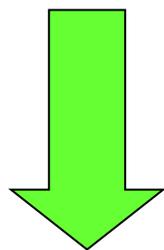
- GUM・・・Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (ISO/IEC Guide98-3)
- 不確かさとはなにか，不確かさの評価法等が規定されている文書。不確かさ評価はこの文書に則って行う。
- 日本語版：「測定における不確かさの表現のガイド [GUM]ハンドブック」，日本規格協会。

VIMについて

- VIM・・・International Vocabulary of Metrologyの略。
- 計量に関する用語を規定した文書（現在第3版）。
- “JIS Z 8103:2019 計測用語” はVIM3の用語をほぼ含んでいる。
- 本セミナー中の用語は基本的にJIS Z8103:2019の用語を用いている。

不確かさとは (JIS Z8103)

不確かさ・・・測定値に付随する，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の広がりを特徴付けるパラメータ。



簡単に言うと

不確かさ・・・広がりを特徴づけるパラメータ

不確かさは，**測定の広がり？**を表す。

広がりとは

同じ測定を繰り返した場合であっても、必ずしも同じ測定結果が得られ続けるとは限らない・・・ばらつき！

砂時計の時間

9分58秒

9分53秒

9分55秒

10分3秒

10分5秒

10分1秒

9分51秒

広がりとは

体温計で体温を測ったら、



37.2°C

と表示された。

体温が37.15 °Cから37.25 °Cの間にあることを示す

よって、「体温は、37.15 °C~37.25 °Cのどこに値があるか分からない」ということである。

前スライドで解説した「ばらつき」と、この知識の限界による測定値の曖昧さを合わせて「広がり」と呼んでいる。

(以降誤解を生まない範囲で、「広がり」の意味で「ばらつき」を使うこともある。)

余談

ばらつき？ 広がり？

- ・GUMハンドブック・・・測定の結果に付随した，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の**ばらつき**を特徴付けるパラメータ。
- ・JIS Z8103:2019・・・測定値に付随する，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の**広がり**を特徴付けるパラメータ。

JIS Z8103では従来から「ばらつき」という用語が規定されていた。

JIS Z8103:2019「(測定の)ばらつき」・・・測定値がそろっていないこと，またふぞろいの程度。

上記の「ばらつき」の意味には，知識の曖昧さは含まれていない！
(VIMには「ばらつき」が定義されていない！)

よって，新しく知識の曖昧さも含む意味を込め「広がり」とした。

不確かさ評価の流れ

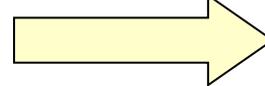
実験 成績書

不確かさ要因

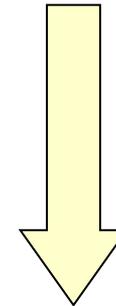
- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)

-
-
-

etc.



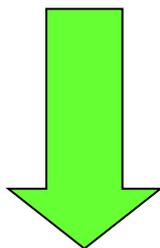
個々の不確かさの大きさを求める



個々の不確かさを合成し
全体的な不確かさを求める。

不確かさとは

不確かさ・・・測定値に付随する，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値の広がりの特徴付けるパラメータ。

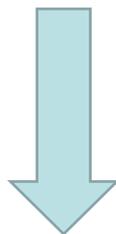


不確かさとは測定値に付くものであって，測定装置につくものではない！！
よって，「測定の不確かさ」と呼ばれる。

測定装置の不確かさ？

「不確かさ」は測定値につくものであり、測定器に付くものではない。

しかし、一般的に「はかりの不確かさ」、「マイクロメータの不確かさ」という言い方が良くされる。これは間違いなのであるだろうか？

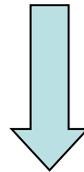


**「測定器の校正の不確かさ」が便宜的に
「測定器の不確かさ」という使われ方をしている！**

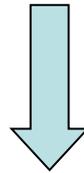
校正の不確かさ

先ほどのように、「不確かさ」とは測定値に付随する「測定の不確かさ」である。

では、「**校正の不確かさ**」とはなんだろうか？

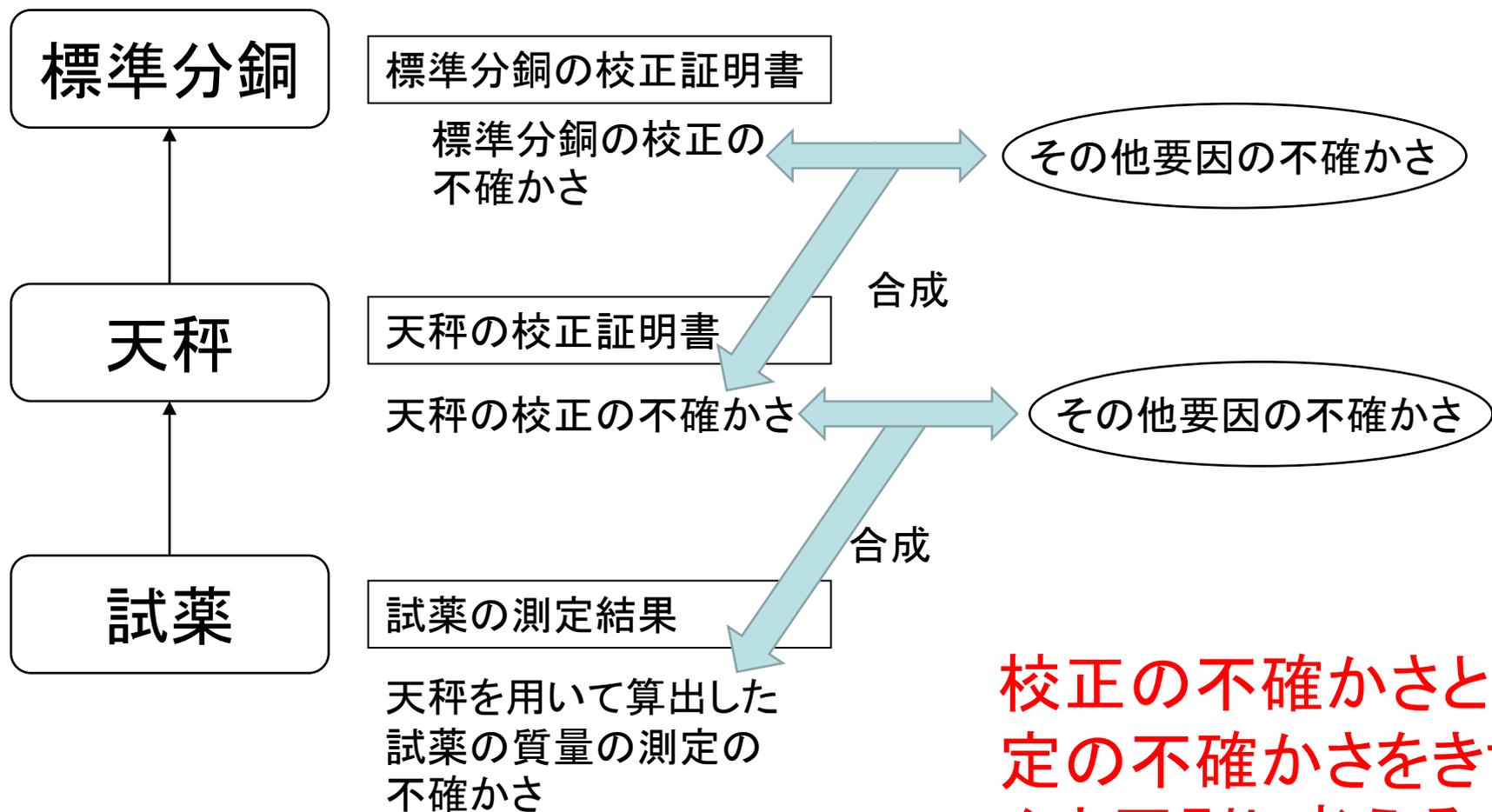


例えば、はかりを校正するときには、上位標準である分銅を用いてはかりに値付けを行う。



つまり、分銅によってはかりに値付けしたときの「測定値の不確かさ」が「校正の不確かさ」となる。

測定の不確かさと校正の不確かさ



校正の不確かさと測定の不確かさをきちんと区別し考えること

余談

「トレーサビリティのとれた測定器」？
本来はこの言い方は間違い！

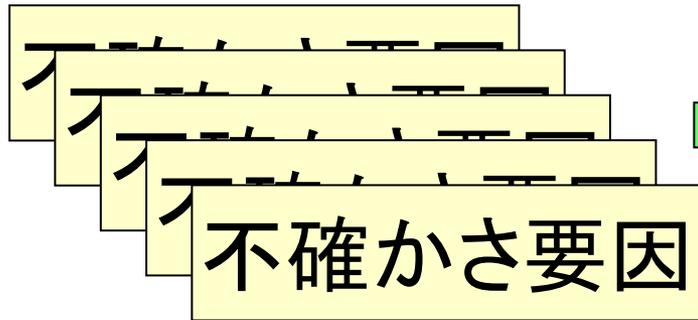
個々の校正が不確かさに寄与する，切れ目なく連鎖した，文書化された校正の連鎖を通して，測定結果を参照基準に関連づけることができる**測定結果の性質**。

測定結果の性質であり，**測定器の性質**ではない！

参考：平成27年3月実施 計量士試験 計量管理概論 問12
選択肢5 一般に，「トレーサビリティのとれた測定器」と表現されることがあるが，上の定義と照らし合わせて考えると，「トレーサビリティが確保された測定結果を与える測定器」という意味になる。

→この記述は正しい！

不確かさの用語



これらの不確かさを
標準偏差で表す。

標準不確かさ

合成

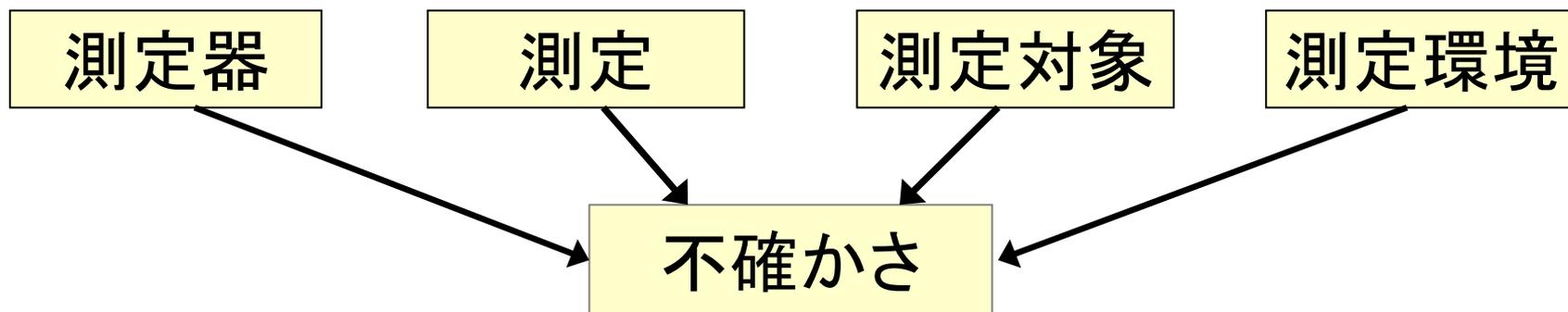
合成標準不確かさ

測定結果の存在範囲を示す

拡張不確かさ

一般的に最終結果には
拡張不確かさを記載する。

不確かさ要因



主なもの

- ・測定器とその校正方法
- ・標準器
- ・測定のための装置
- ・測定方法, 手順
- ・データ処理方法
- ・測定対象の安定性・再現性
- ・測定環境

すべてについて評価する
必要はない！

最終結果に与える影響が
大きなものを

ピックアップすることが重要！

「必要なところに必要な精度で」

時間・手間・コストを
最小にするよう努力！

例

- ある居酒屋で出されるビールジョッキにはここまで入れるというラインが付いている。そのラインまでの量をメスシリンダーで10回測定しその平均値をその居酒屋で出される大ジョッキの体積とする。
- また、測定時の温度は5 °Cで行う。

この例を用いて、不確かさの算出について考える。

例：不確かさの要因の特定

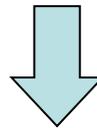
- 測定の繰返し性： u_R
- 標準器の校正の不確かさ（メスシリンダーの校正の不確かさ）： u_S
- 温度による効果： u_t
- 体膨張係数の不確かさ等その他の不確かさ要因は影響が小さいので無視する。

例：不確かさの要因の特定

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性				
u_S	標準器の校正 の不確かさ				
u_t	温度による 効果				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

不確かさ評価の分類

不確かさ評価とは・・・個々の要因によって起こる不確かさの大きさを求め、合成することで全体の不確かさを求める。



タイプAの評価・・・実験からデータを得て不確かさを求める。
タイプBの評価・・・実験以外の方法で不確かさを求める。

それぞれの評価から求められた不確かさを「**標準不確かさ**」と呼ぶ。

注意：タイプA, タイプBはあくまでも実験データから広がりを求めるか否かということを表す。ある要因がタイプAかタイプBか重要ではない。

タイプAの不確かさ評価とは

実験によって測定データを得て、そのデータからばらつきを求める。

タイプA評価では、ばらつきは
「実験標準偏差」
によって表される。

標準偏差とは・・・平均値に対してどのくらいばらついているかを表す指標。正確な言い方ではないがばらつきの平均を表していると考えておけばよい。

ここで実験標準偏差を算出しただけではタイプAの不確かさを算出したことにはならない。

分散・標準偏差について

例: ある製品の質量測定(g)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
87.5	86.2	90.1	88.4	87.0

標本平均: $\bar{x} = \frac{87.5 + 86.2 + 90.1 + 88.4 + 87.0}{5} = 87.84 \text{ g}$

平方根
単位: g

1.494

標本標準偏差

平均値からの距離
(残差) 単位: g

$87.5 - 87.84 = -0.34$ (平均値からの距離)²

$86.2 - 87.84 = -1.64$ 単位: g²

$90.1 - 87.84 = 2.26$

$88.4 - 87.84 = 0.56$

$87.0 - 87.84 = -0.84$

0.1156

2.6896

5.1076

0.3136

0.7056

残差の二乗和

単位: g²

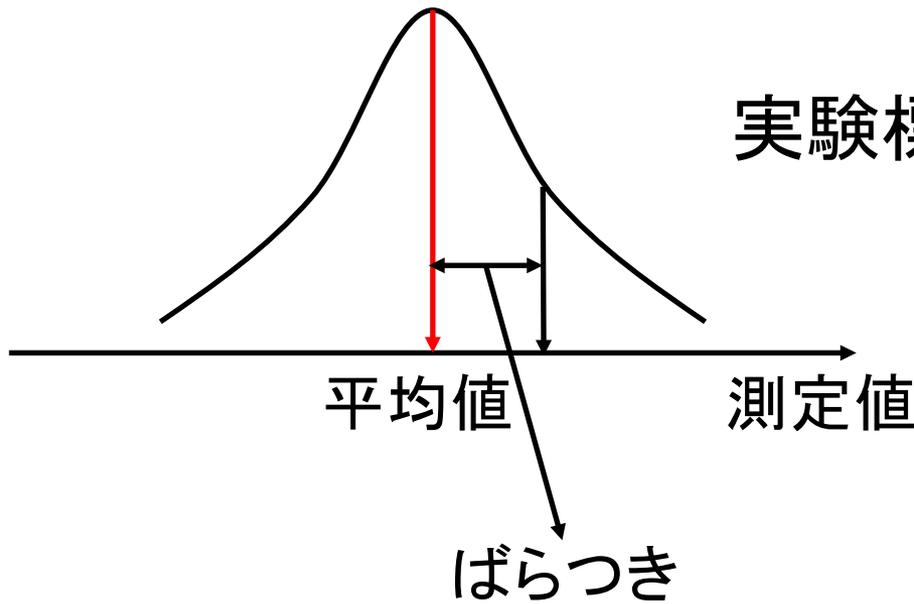
8.9320

データの個数-1
(自由度)で割る
単位: g²

2.233

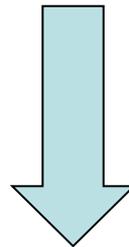
標本分散

標準偏差から不確かさへ



実験標準偏差 = 測定値のばらつき
報告する値 = 平均値

必要なのは測定値のばらつき
ではなく、平均値のばらつき！



平均値の実験標準偏差を求める必要がある。

平均値の実験標準偏差

サイコロを振って，出た目の平均値を求める。

1回目	
2回目	
3回目	
平均	

3回振った平均値

1回目	
2回目	
3回目	
4回目	
5回目	
6回目	
7回目	
8回目	
9回目	
10回目	
平均	

10回振った平均値

平均値の実験標準偏差の求め方

平均値の実験標準偏差と、最初に算出した実験標準偏差の間には以下の関係がある。

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

ここで、 $s(\bar{x})$ は平均値の実験標準偏差、 $s(x)$ はデータの実験標準偏差、 n は測定回数である。

ここで求められた平均値の実験標準偏差がタイプAの評価で求められた不確かさとなる。

余談

不確かさを「推定する」？「評価する」？

GUM4.1.5・・・(前略)入力推定値 x_i の推定標準偏差を標準不確かさと呼び(後略)。

推定された標準偏差を「不確かさ」と呼ぶ。よって、「**不確かさを評価する**」が**正解**。つまり以前の、ISO/IEC17025の表記はあまりよくない！

ちなみに、改定されたISO/IEC 17025では、「推定」の部分が「評価」に変更された。

例：タイプA評価

- メスシリンダーでビールジョッキに入れられた液体の体積を繰返し測定を行い次のデータを得た。

1	2	3	4	5
632	629	639	635	627
6	7	8	9	10回目
636	633	637	634	633

(単位:mL)

平均値: 633.5 mL

実験標準偏差: 3.598 mL

平均値の実験標準偏差: $u_R = 1.138$ mL

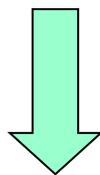
例：タイプA評価

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL			
u_S	標準器の校正 の不確かさ				
u_t	温度による 効果				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

タイプBの不確かさ評価

なぜタイプBの不確かさ評価が必要なのか

- ・標準器の校正の不確かさ・・・使っている標準の不確かさ評価まで行わなくてはいけない？
- ・再現することが難しい不確かさ要因・・・実験室の温度が変化することによって測定結果が変動するならば、1年間実験室の温度を測りつづけなければいけない？
- ・そもそも測定できない不確かさ・・・使っている温度計は ± 0.5 °Cでしか温度が分からないのだけど、その測れなかった ± 0.5 °Cの間の曖昧さの評価は？



確率分布を仮定して標準偏差を推定する

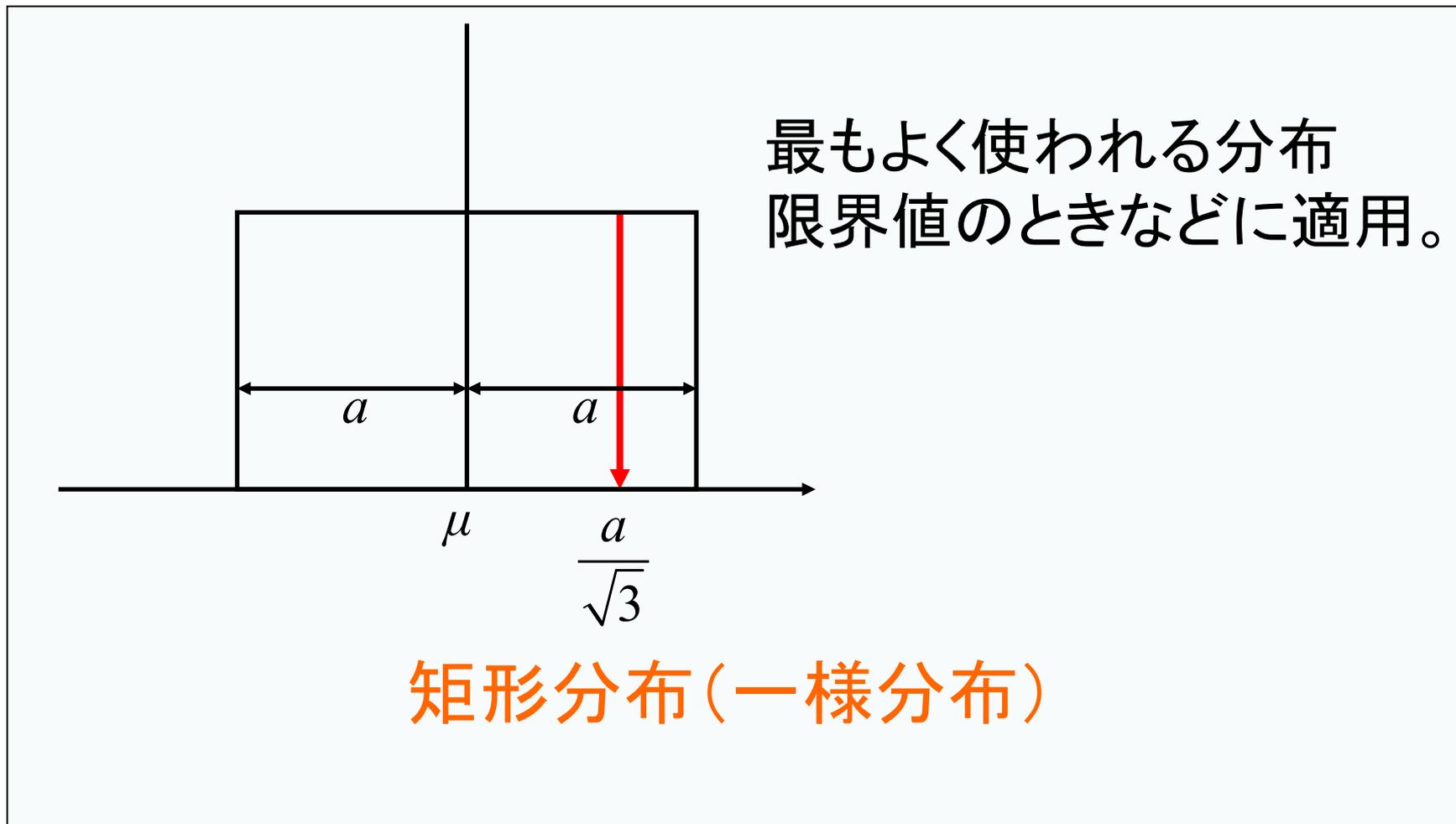
確率分布を仮定するには合理的な判断材料が必要。

実際に実験を行わないので、

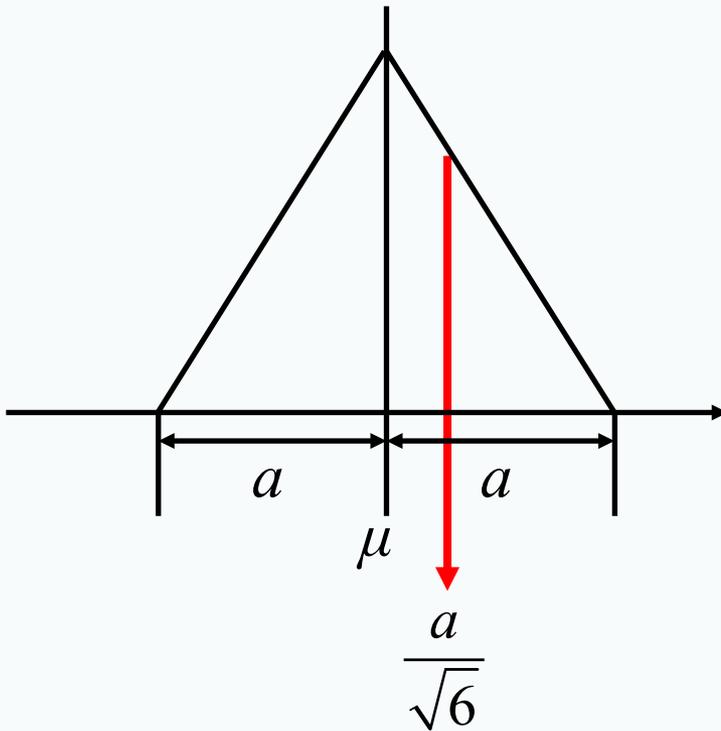
- ・コストの節約
- ・時間の節約
- ・人手の節約

に大きく貢献する。

矩形分布



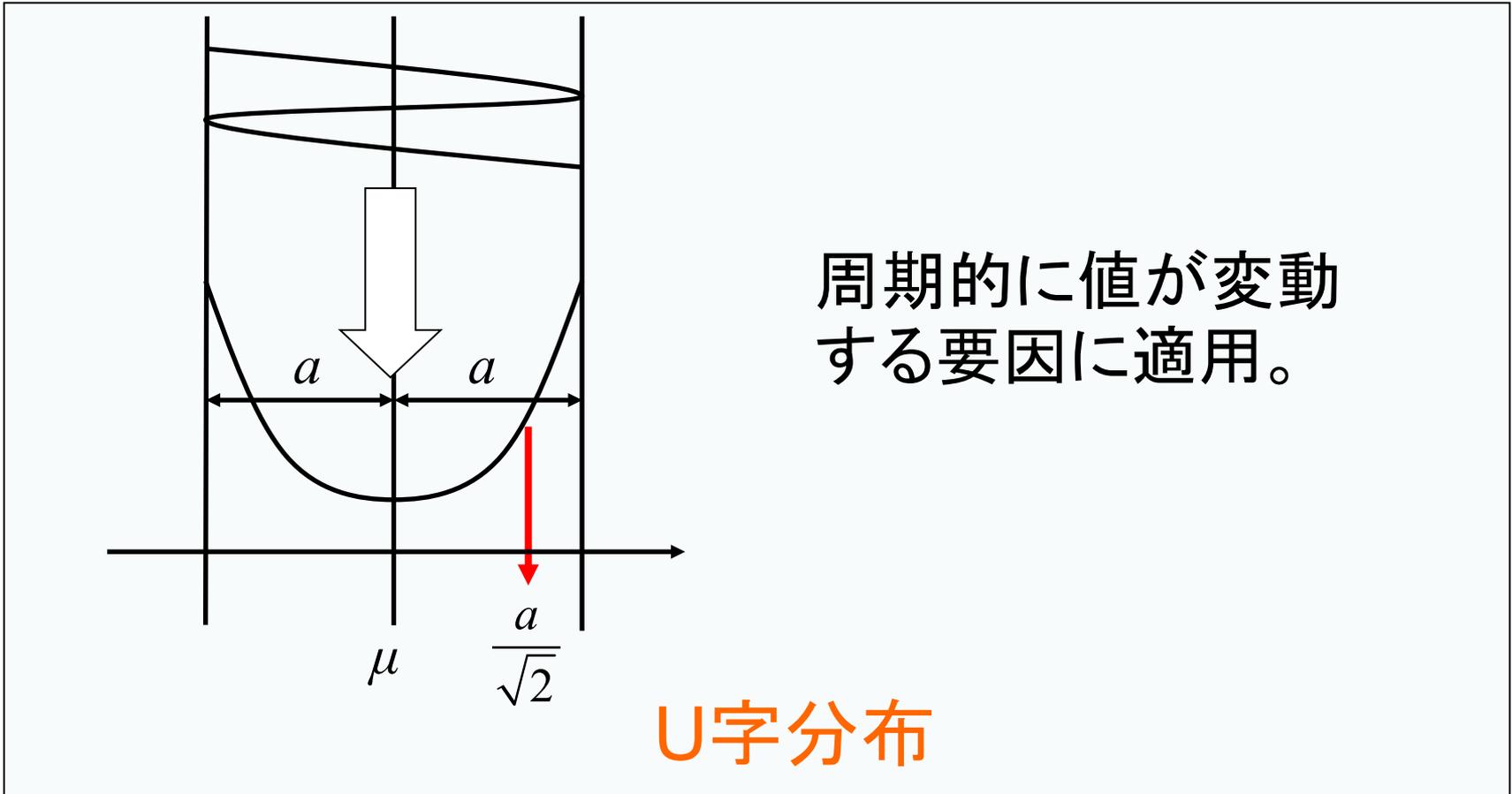
三角分布



中心が多く，端に行くほど少くなる分布。

三角分布

U字分布



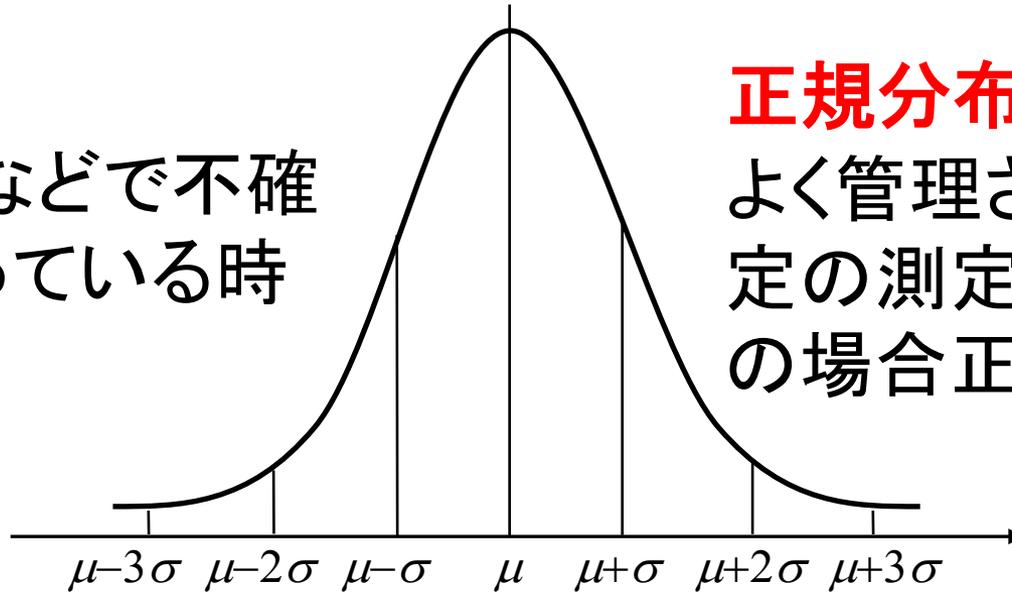
周期的に値が変動する要因に適用。

U字分布

正規分布

正規分布

校正証明書などで不確かさが分かっている時に適用。



正規分布の性質

よく管理されている測定の測定値はほとんどの場合正規分布する。

68.3 %

95.4 %

99.7 %

$\mu \pm 1\sigma$: 68.3 %

$\mu \pm 2\sigma$: 95.4 %

$\mu \pm 3\sigma$: 99.7 %

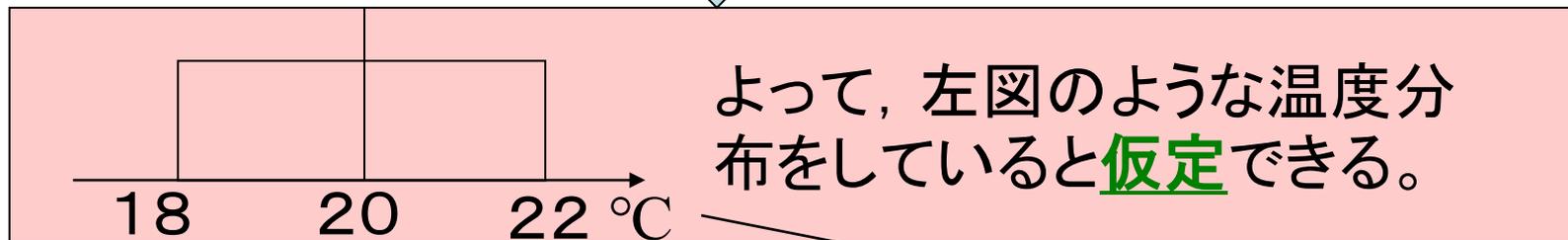
の値が含まれる。

タイプB評価の例（過去の知識）

測定者の経験

「測定を行う部屋は、確かに季節などによって温度は変化するが、空調があるので温度が高くても22 °C, 低くても18 °Cくらいの中には入っている。」

管理表等の裏付けがあればベスト



分布についての知識がない場合は矩形分布とするしか方法がない

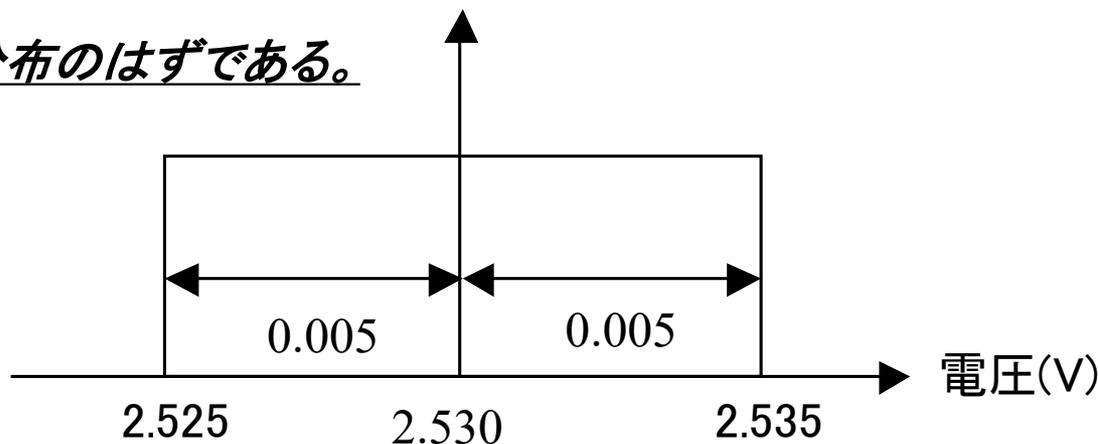
よって、標準不確かさは $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$ °Cとなる。

タイプB評価の例（デジタル表示）

電圧計の表示値の不確かさ

ある電圧計の表示が2.53 Vだった。しかし、最小桁が0.01 Vであるので実際は2.525 Vから2.535 Vの間に値があるはずだ。

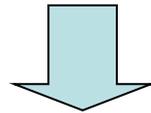
この分布は矩形分布のはずである。



よって、標準不確かさは $\frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.002887 \text{ V}$ となる。

例：タイプBの不確かさ

- 標準器の校正の不確かさに相当する，メスシリンダーの校正の不確かさは，校正証明書より3.0 mL。



校正証明書を用いる場合，確率分布は正規分布である。

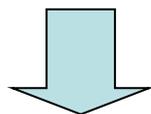
校正証明書にある不確かさを2で割ることにより標準偏差（標準不確かさ）が求められる。

$$u_s = \frac{3.0}{2} = 1.5 \text{ mL}$$

あとで解説

例：タイプBの不確かさ

- 温度による効果は、温度を測定している温度計が最小目盛り1 °Cのデジタル温度計を用いているため、±0.5 °Cで温度が分からない。



±0.5 °Cの範囲内では、どこでも同じ確率で現れるので、矩形分布を仮定

温度による効果は、矩形分布を仮定しているので、分布の半幅を $\sqrt{3}$ で割ることにより標準偏差が求められる。

$$u_t = \frac{0.5}{\sqrt{3}} = 0.2887 \text{ °C}$$

例：タイプBの不確かさ

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL			
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL			
u_t	温度による 効果	0.2887 °C			
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

例：感度係数

- この液体の体膨張率・・・ $5.23 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- この液体の体積・・・633.5 mL

このとき、液体の温度を体積に変換するための感度係数は、

$$\begin{aligned} \text{体膨張率} \times \text{体積} &= 5.23 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \times 633.5 \text{ mL} \\ &= 3.313 \text{ mL}/^\circ\text{C} \\ &\text{感度係数} \end{aligned}$$

例：感度係数

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL	1	1.138 mL	
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL	1	1.5 mL	
u_t	温度による 効果	0.2887 °C	3.313 mL/°C	0.9565 mL	
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

不確かさの合成法

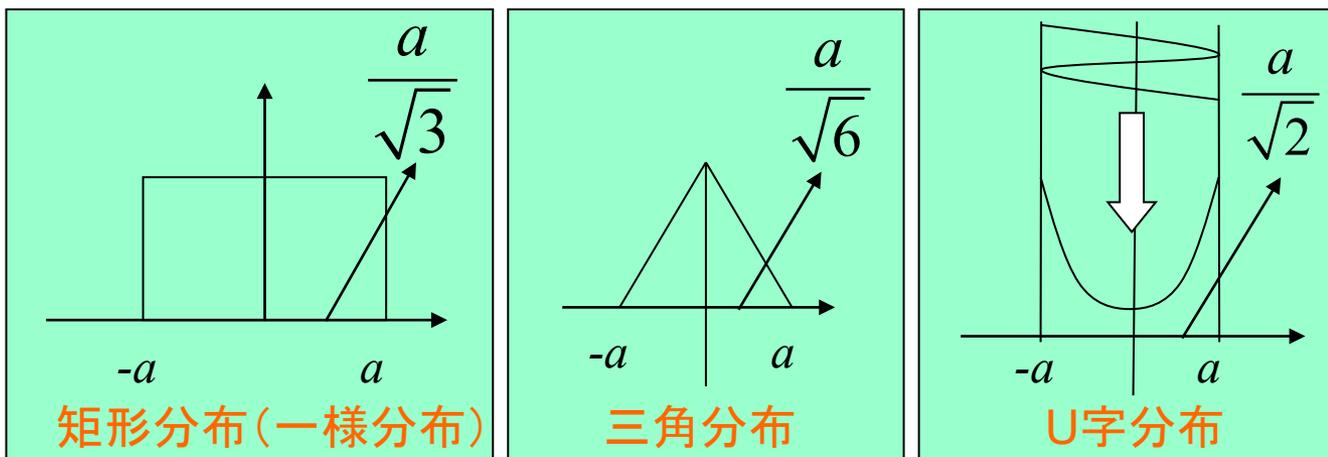
感度係数によって、各不確かさの単位はすべて出力量の単位に変換されている。

単位がそろえられた不確かさを合成するときには二乗和の平方根を用いる。この合成された不確かさのことを合成標準不確かさと呼び、 u_c で表す。

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots}$$

測定結果の存在範囲

合成標準不確かさは，報告される測定結果（出力量の値）がどの程度のばらつきを持っているかを標準偏差で表したものである。

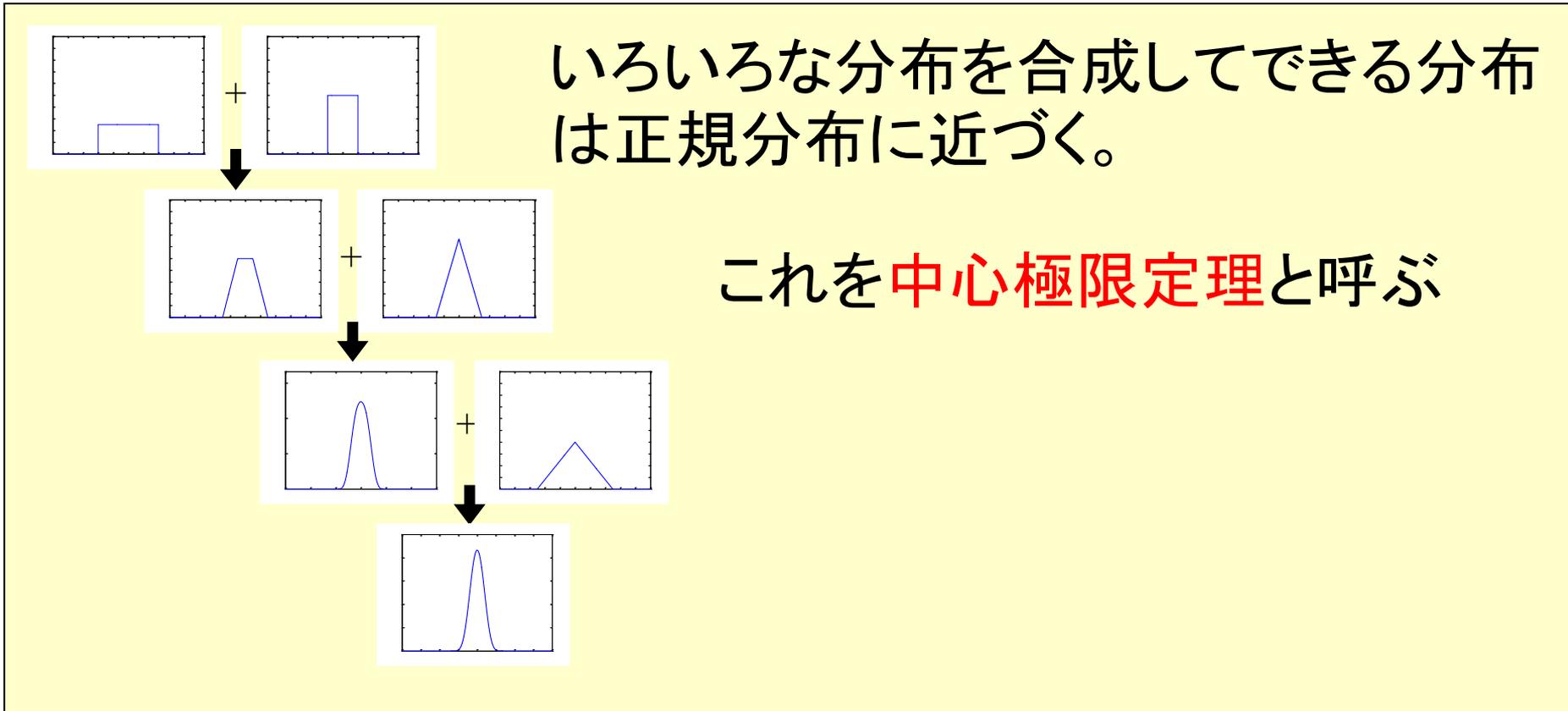


上記3つの確率分布の値の存在範囲は，すべて $\mu \pm a$ であるが，標準偏差はすべて異なる。

つまり，標準偏差から値の存在範囲を知るためには，確率分布の形を知ることが必要！

しかし，出力量の分布は，各入力量の分布が足し合わされたものになるため，測定それぞれによって分布の形は異なるのでは？

中心極限定理



標準偏差が合成標準不確かさとなる最終測定結果の分布は、中心極限定理によって正規分布していると見なせる。

拡張不確かさ

合成標準不確かさは、標準偏差として表されている。

測定結果の曖昧さは通常、値の**存在範囲**を示すことが多い。

ばらつきの平均値で表されている。

合成標準不確かさで示された範囲には約68%のものしか含まれない。

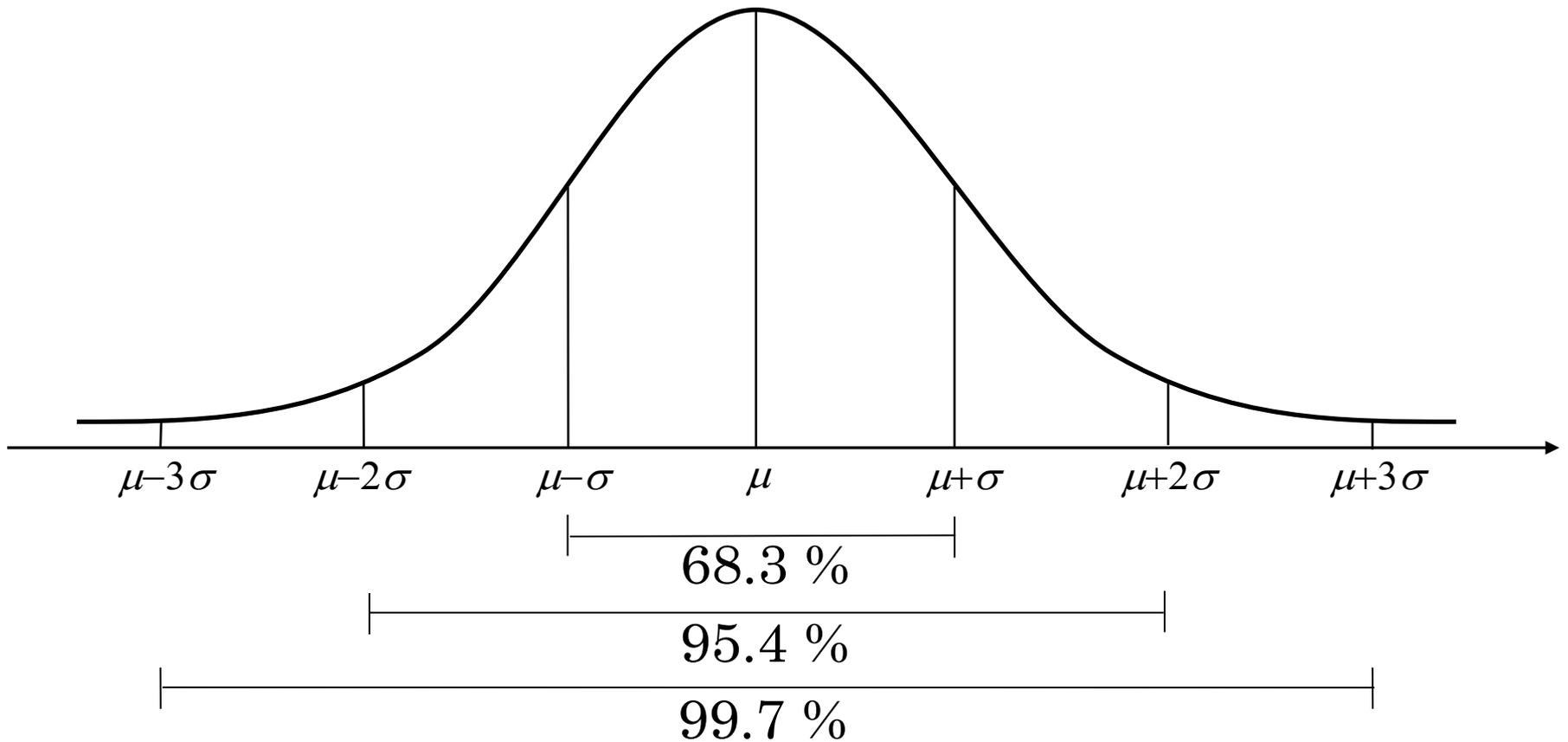
最終測定結果は、中心極限定理により正規分布していると見做せる。

この数を包含係数と言い、 k で表す。 $(k=2)$

合成標準不確かさを**2倍**すれば約95%が含まれ、値の存在範囲を示す値になる。

拡張不確かさ

正規分布



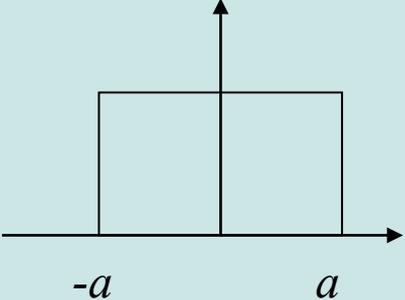
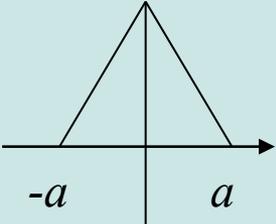
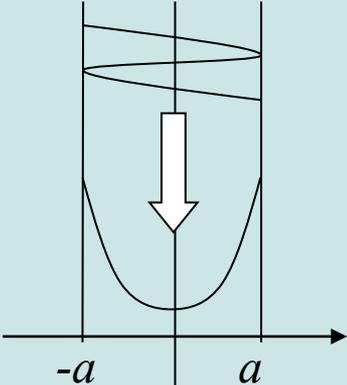
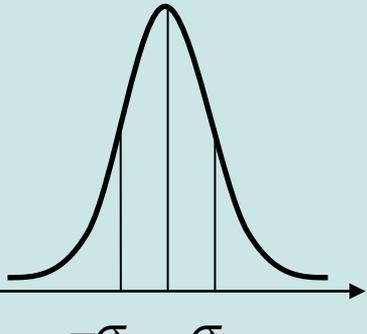
$\mu \pm 1\sigma$: 68.3 %

$\mu \pm 2\sigma$: 95.4 %

$\mu \pm 3\sigma$: 99.7 %

の値が含まれる。

確率分布の例

			
<p>矩形分布(一様分布)</p>	<p>三角分布</p>	<p>U字分布</p>	<p>正規分布</p>
<p>最もよく使われる分布 限界値のときなどに 適用。</p>	<p>よく使われる分布。 中心が多く, 端に いくほど少なくなる 分布に適用。</p>	<p>周期的に変化する 要因に対して適用。 「温度」「高周波の インピーダンスマッ チング」</p>	<p>校正証明書などで 不確かさが分かっ ている時に適用。</p>
$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$\frac{a}{\sqrt{6}}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{U}{k}$

不確かさの報告

不確かさの報告はバジェットシートを用いて行います。バジェットシートの決まった書き方はありません。他の人が見て、すぐに理解できるように工夫を凝らしましょう。

バジェットシート例(乾燥法による米の水分測定の不確かさ評価)

記号	要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ(%)
$u_T(X)$	乾燥庫内の場所の違いに起因する不確かさ	0.01239 %	1	0.01239
$u_R(X)$	ロット内の水分の不均一性, 乾燥の繰り返し, 粉碎の繰り返しに起因する不確かさ	0.01825 %	1	0.01825
$u_G(X)$	粉碎器が異なることに起因する不確かさ	0.06350 %	1	0.06350
$u(m_0)$	乾燥前サンプル質量+ 秤量缶の質量測定の不確かさ	0.0001848 g	17.1715 %/g	0.00317
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_r(m)$	サンプル質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000108 g		
$u(m_1)$	乾燥後サンプル質量+ 秤量缶の質量測定の不確かさ	0.0001848 g	-19.9605 %/g	0.00369
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_r(m)$	サンプル質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000108 g		
$u(m_c)$	秤量缶の質量の不確かさ	0.0001607 g	2.78894 %/g	0.00045
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_{CAN}(m)$	秤量缶質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000058 g		
合成標準不確かさ(%)				0.06740
拡張不確かさ(%) ($k=2$)				0.13

不確かさを算出する桁数

- GUM7.2.6(抜粋) 推定値 y の数値とその標準不確かさ $u_c(y)$ 又は拡張不確かさ U は, 余分な桁数の数字を与えない方がよい。通常 $u_c(y)$, U を引用するには, **多くとも2桁**の有効数字で十分である。

2桁目の値は到底信用することはできない！！

不確かさの値が, 「4.5」と「4.3」というものであったとすると, 「4.5のほうが4.3より0.2大きい」と考えるのは問題がある。この程度であれば, 「**両者とも同じ値である**」と考えるべきだろう。

不確かさ算出の目安

- 一番大きな要因と比べ1/10以下のものは評価する必要はない

$$\sqrt{1^2 + 0.1^2} = 1.0049\dots$$

つまり, 1/10以下の要因は報告する不確かさが有効数字2桁で十分なので, 全く効かない。

例：不確かさの合成・拡張 バジェットシート

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL	1	1.138 mL	繰返し回数は10回
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL	1	1.5 mL	メスシリンダーの校正 証明書より
u_t	温度による 効果	0.2887 °C	3.313 mL/°C	0.9565 mL	温度計のデジタル表 示の不確かさ。 分解能1 °C
u_c	合成標準不確かさ			2.112 mL	
U	拡張不確かさ			4.2 mL	包含係数は $k=2$

ビールジョッキの体積
633.5 mL ± 4.2 mL, $k=2$

付録

不確かさ評価に役立つ 参考文献

参考文献

- 以下の原文はBIPMより無料DLできる。
- GUMシリーズ、VIM・・・

<https://www.bipm.org/en/publications/guides>

- GUM日本語版・・・:測定における不確かさの表現のガイド[GUM]ハンドブック, 日本規格協会。
- VIM日本語版・・・JIS Z8103:2019 計測用語にほとんどの用語を収録。
- GUM補足文書日本語版・・・:無し(邦訳:予定無し)

参考文献

- JAB RL510 JAB NOTE10 試験における測定の不確かさ評価実践ガイドライン

<https://www.jab.or.jp/files/items/2206/File/RL510V1.pdf>

試験における不確かさ評価についての解説。

- 田中秀幸, 分析・測定データの統計処理, 朝倉書店

不確かさ評価に用いる統計の解説。

参考文献

- 不確かさWeb

<https://unit.aist.go.jp/riem/ds-rg/uncertainty/uncertainty.html>

当グループが運営しているHP。解説等いろいろなファイルを公開。この発表ファイルも後日不確かさWebにて公開。

- 「初心者向け不確かさ研修プログラム」テキスト Ver.3

<https://www.jemic.go.jp/gizyutu/uncertainty.html>

当研修の元となるテキスト。

よく用いられる海外文献と翻訳版

- EA4/02 Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration

<https://european-accreditation.org/publications/ea-4-02-m/>

NITE:「校正における測定の不確かさの評価」

<https://www.nite.go.jp/data/000022114.pdf>

は上記文書の本文の日本語訳を元に作成(ただし事例は割愛)

その他NITE認定センターのHPには不確かさ評価に役立つ文献が多数。

- EURACHEM, Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement, 3rd Edition (2012)

<https://www.eurachem.org/index.php/publications/guides/quam>

・・・化学系で良く用いられている文書。日本語訳も上記HPからダウンロードできる。