JAIMAセミナー　これであなたも専門家　不確かさ編
平成30年9月5日

不確かさ評価入門

日本電気計器検定所
事業開発室
中村毅洋

JEMIC

なぜ今、不確かさ評価なのか？

測定結果

ヤード、ポンド、尺、貫
など

SI単位
導入

測定結果に一貫性

世界中のどこでも通じる

測定値は通じる、
では値はどのくらい
信用できるのか？

結果の質についての指標も必要

結果の質についての指標
「不確かさ」

トレーサビリティ

質量では

日本国キログラム原器

比較（校正）

標準供給

社内標準等の分銅

どれ位うまく比較できているのか？

比較（校正）

普段測定で用いているはかり

JEMIC

GUMについて

- GUM･･･Guide to the Expression of Uncertainty in Measurementの略。
- 不確かさとはなにか，不確かさの評価法等が規定されている文書。不確かさ評価はこの文書に則って行う。
- ISO/IEC Guide 98-3 Uncertainty of measurement – Part3: Guide to the expression of uncertainty in measurement.
- 日本語版:「測定における不確かさの表現のガイド[GUM]ハンドブック」として発刊

JEMIC

VIMについて

- VIM･･･International Vocabulary of Metrology の略．計量に関する用語集。2008年に第3版（VIM3）が発行
- ISO/IEC Guide 99 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms.
- 日本語版：TS Z 0032:2012 「国際計量計測用語―基本及び一般概念並びに関連用語（VIM）」として公表

JEMIC

不確かさとは（GUM・VIM2）

不確かさ･･･測定の結果に付随した，合理的に測定対象量※に結び付けられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ。

簡単に言うと

不確かさ･･･ばらつきを特徴づけるパラメータ

不確かさは，測定のばらつきを表す！

※JIS Z 8103:2000「計測用語」では，「測定量」

JEMIC

不確かさとは（VIM3）

不確かさ･･･用いる情報に基づいて，測定対象量※に帰属する量の値のばらつきを特徴付ける負ではないパラメータ。

簡単に言うと

不確かさ･･･ばらつきを特徴づけるパラメータ

不確かさは，測定のばらつきを表す！

※JIS Z 8103:2000「計測用語」では，「測定量」

ばらつきとは

同じ測定を繰り返した場合であっても、必ずしも同じ測定結果が得られ続けるとは限らない。

砂時計の時間

9分58秒

9分53秒

9分55秒

10分3秒

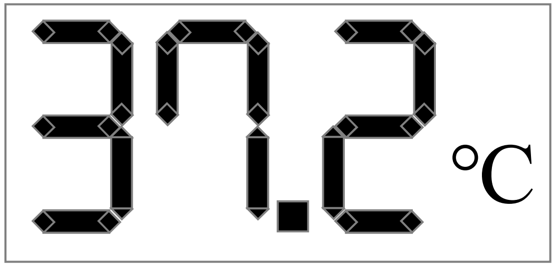
10分5秒

10分1秒

9分51秒

ばらつきとは

体温計で体温を測ったら，



と表示された。

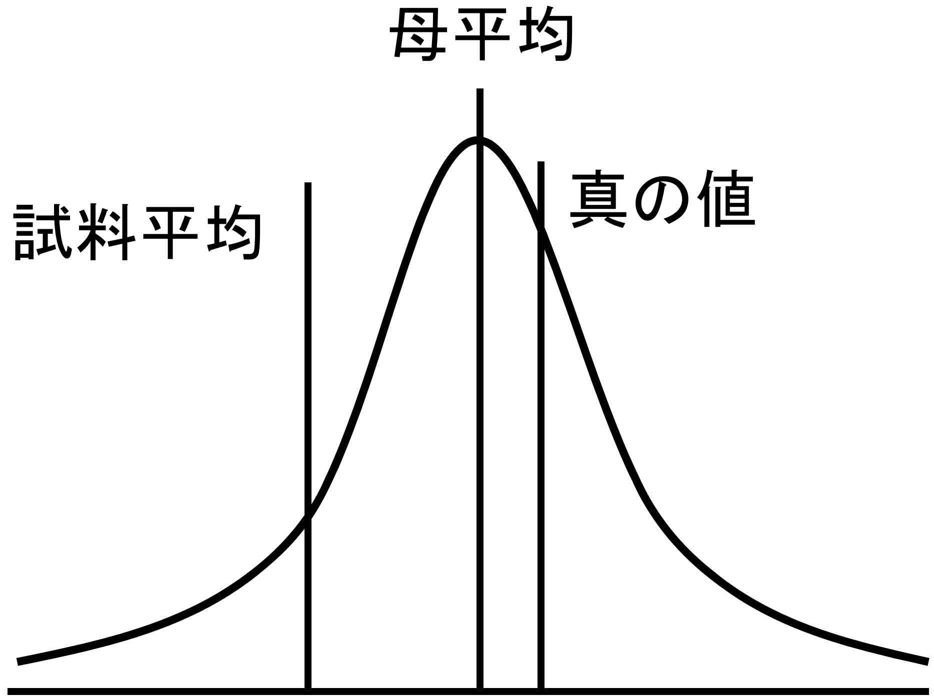
これは，体温が37.15℃～37.25℃の間にあることを示している。

よって，「**体温は，37.15 ℃～37.25 ℃のどこに値があるか分からない**」ということである。
これはばらつきと同等であると考えられる。

誤差と不確かさの違い(1)

誤差 ・・・　　真の値は分かるんだ，という前提

不確かさ・・・ 私たちが知ることができる知識には限界がある，という前提



誤差と不確かさの違い(2)

私たちが知ることができる値は真の値ではなく，真の値に最も近いであろうと思われる値の推定値である

↓

さらにその推定した値の周りに測定値はばらついている

ばらつきの要因は？　　　ばらつきの大きさは？

個々のばらつきの大きさを調べ，そのばらつきが全部合わさった時のばらつきを求める。

JEMIC

不確かさ評価の流れ

実験　　成績書

不確かさ要因

(1)・・・・・・・・・・・・・・・・・

(2)・・・・・・・・・・・・・・・・・

(3)・・・・・・・・・・・・・・・・・

(4)・・・・・・・・・・・・・・・・・

(5)・・・・・・・・・・・・・・・・・

・

・

・

etc.

個々のばらつき
を求める

個々のばらつきを合成し
全体的なばらつきを求める

不確かさ要因

測定器　測定　測定対象　測定環境

→ 不確かさ

主なもの

- ･測定器とその校正方法
- ･標準器
- ･測定のための装置
- ･測定方法、手順
- ･データ処理方法
- ･測定対象の安定性･再現性
- ･測定環境

すべてについて評価する
必要はない！

最終結果に与える影響が
大きなものを
ピックアップすることが重要！

「必要なところに必要な精度で」
時間･手間･コストを
最小にするよう努力！

不確かさ評価の分類

不確かさ評価とは・・・

個々の要因によって起こるばらつきを求め，
それを合成することで全体のばらつきを求める

↓

タイプAの評価・・・実験からデータを得てばらつきを求める
タイプBの評価・・・実験以外の方法でばらつきを推定する

注意：タイプA，タイプBはあくまでも実験データから
ばらつきを求めるか否かということを表す。
ある要因がタイプAかタイプBか重要ではない。

例　ビールジョッキの体積

- ある居酒屋で出される生ビール大ジョッキには
ここまで入れるというラインが付いている。
　そのラインまでの量をメスシリンダーで10回測定し
その平均値をその居酒屋で出される大ジョッキの
体積とする。
- また、測定時の温度は5 ℃で行う。

この例を用いて、不確かさの算出について考える。

JEMIC

不確かさ要因

記号	不確かさ要因	値 ±	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ （出力量の単位）
u_{R}	測定の 繰返し性						
u_{S}	標準器の校 正の不確かさ						
u_{T}	温度による 効果						
$u_{\mathrm{c}}(\quad)$	合成標準 不確かさ	------	正規分布	------	------	------	
U	拡張不確かさ	------	正規分布 (k=2)	------	------	------	

JEMIC

タイプAの不確かさ評価とは

実験によって測定データを得て，そのデータから
ばらつきを求める。

不確かさ評価では，ばらつきは
「実験標準偏差」
によって表される。

実験標準偏差とは･･･

試料平均に対して個々のデータがどの位ばらつい
ているかを表す指標。正確な言い方ではないが，
ばらつきの平均を表していると考えておけばよい。

ここで実験標準偏差を算出しただけでは
タイプAの不確かさを算出したことにはならない。

標準偏差と実験標準偏差の計算式

標準偏差 (高校で学ぶ)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

実験標準偏差

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

JEMIC

2つの違い

例：小学6年生の身長測定

母集団 → A小学校6年A組全員の身長 ← 標本

A小学校6年A組の平均の身長と標準偏差を知りたい

すべてのデータを知っていて，そこから平均と標準偏差を算出

日本の小学6年生の平均の身長と標準偏差を知りたい

日本全国の小学6年生の身長は測れない。A小学校6年A組のデータから日本全国の身長の平均と標準偏差を推定

これを実験標準偏差という

実験分散・実験標準偏差について

例：ある製品の質量測定(g)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
87.5	86.2	90.1	88.4	87.0

平均：$\bar{x} = \dfrac{87.5 + 86.2 + 90.1 + 88.4 + 87.0}{5} = 87.84 \ \text{(g)}$

平均値からの距離
（残差）単位：g

87.5-87.84=-0.34
86.2-87.84=-1.64
90.1-87.84=2.26
88.4-87.84=0.56
87.0-87.84=-0.84

(平均値からの距離)^2
単位：g^2

0.1156
2.6896
5.1076
0.3136
0.7056

残差の二乗和
単位：g^2

8.9320

データの個数-1
（自由度）で割る
単位：g^2

実験分散

2.233

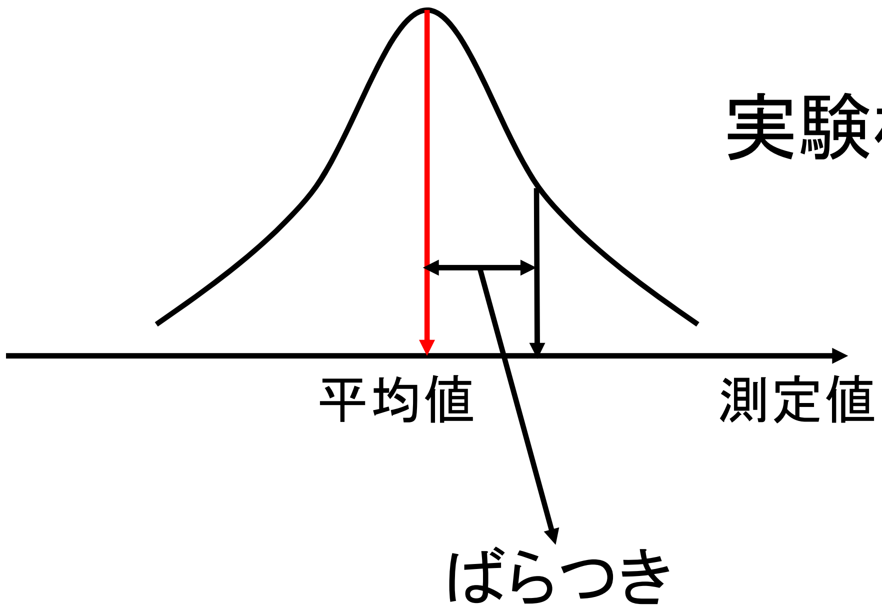
平方根
単位：g

1.494

実験標準偏差

JEMIC

標準偏差から不確かさへ



実験標準偏差＝測定値のばらつき

報告する値＝平均値

必要なのは測定値のばらつきではなく，平均値のばらつき！

平均値の実験標準偏差を求める必要がある。

平均値の実験標準偏差の求め方

平均値の実験標準偏差と，最初に算出した実験標準偏差の間には以下の関係がある。

$$s(\overline{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

ここで，$s(\overline{x})$ は平均値の実験標準偏差，$s(x)$はデータの実験標準偏差，nは測定回数である。

ここで求められた平均値の実験標準偏差がタイプAの評価で求められた不確かさとなる。

JEMIC

例：タイプAの不確かさ評価

（ビールジョッキの体積）

- メスシリンダーでビールジョッキに入れられた液体の体積を繰り返し測定を行い次のデータを得た。

1	2	3	4	5
632	629	639	635	627
6	7	8	9	10回目
636	633	637	634	633

（単位:mL）

平均値：633.5(mL)
実験標準偏差：3.598(mL)
平均値の実験標準偏差：1.138(mL)

JEMIC

バジェットシート (ビールジョッキ)

記号	不確かさ要因	値 ±	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ（出力量の単位）
u_{R}	測定の繰返し性	1.138 (mL)	--------	1			
u_{S}	標準器の校正の不確かさ						
u_{T}	温度による効果						
$u_{\mathrm{c}}(\quad)$	合成標準不確かさ	------	正規分布	------	------	------	
U	拡張不確かさ	------	正規分布 (k=2)	------	------	------	

JEMIC

タイプBの不確かさ評価(1)

なぜタイプBの不確かさ評価が必要なのか

- **標準器の校正の不確かさ**
  使っている標準器の校正の不確かさ評価まで行わなくてはいけない？
- **再現することが難しい不確かさ要因**
  実験室の温度が変化することによってばらつきがでるとするならば，1年間実験室の温度を測りつづけなければならない？
- **そもそも測定できない不確かさ**
  使っている温度計は ±0.5 ℃でしか温度が分からない。その測れなかった ±0.5 ℃の間の温度のばらつきの評価は？

タイプBの不確かさ評価（2）

確率分布を仮定してばらつきを推定する

確率分布を仮定するには
合理的な判断材料が必要

実際に実験を行わないので，
コスト，時間，人手の節約に大きく貢献する

JEMIC

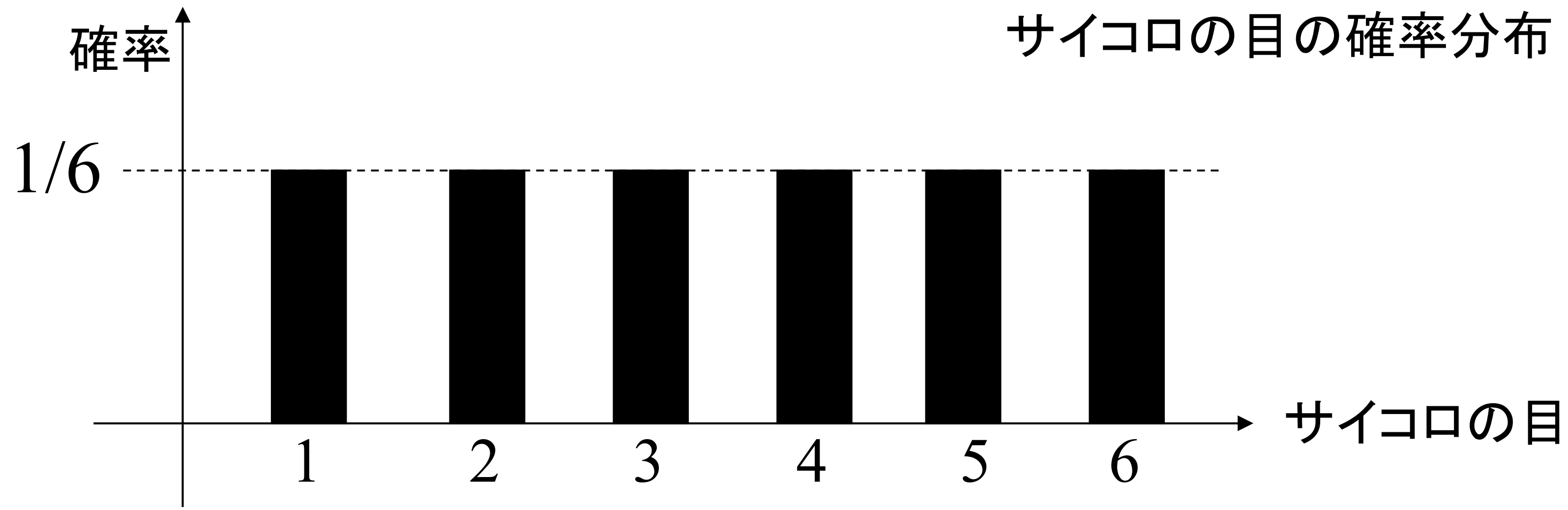
確率分布とは

例えば，サイコロの確率分布を考える。

サイコロは1-6の目を持っている。

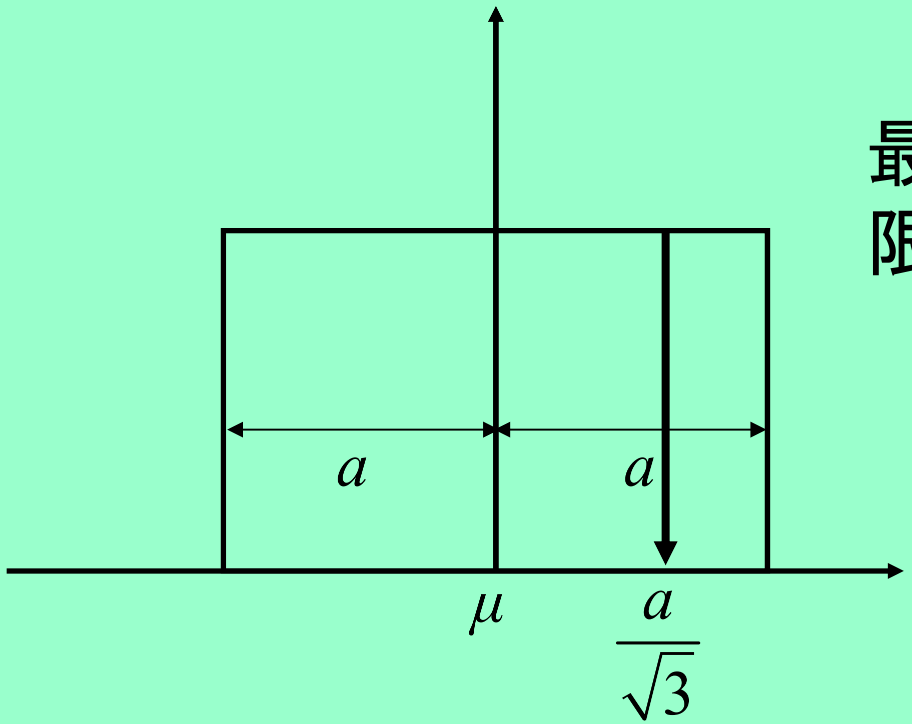
これはそれぞれ同じ確率で出る。

それならば，各目とも1/6の確率の確率分布を持つということになる。



JEMIC

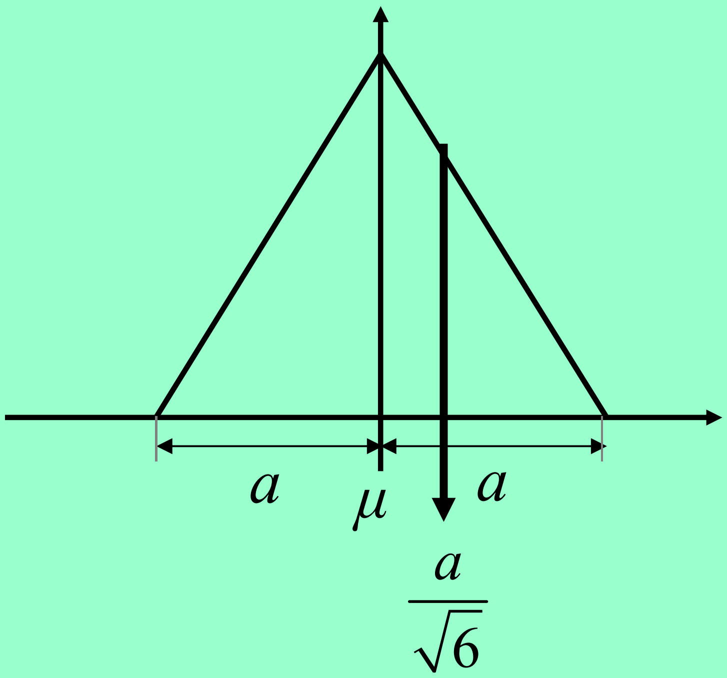
タイプBの評価で用いられる確率分布と標準偏差(1)



最もよく使われる分布
限界値のときなどに適用

矩形分布(一様分布)

タイプBの評価で用いられる確率分布と標準偏差(2)



中心が多く，端にいくほど少なくなる分布に適用。
正規分布のときはこの分布を適用することが多い。

三角分布

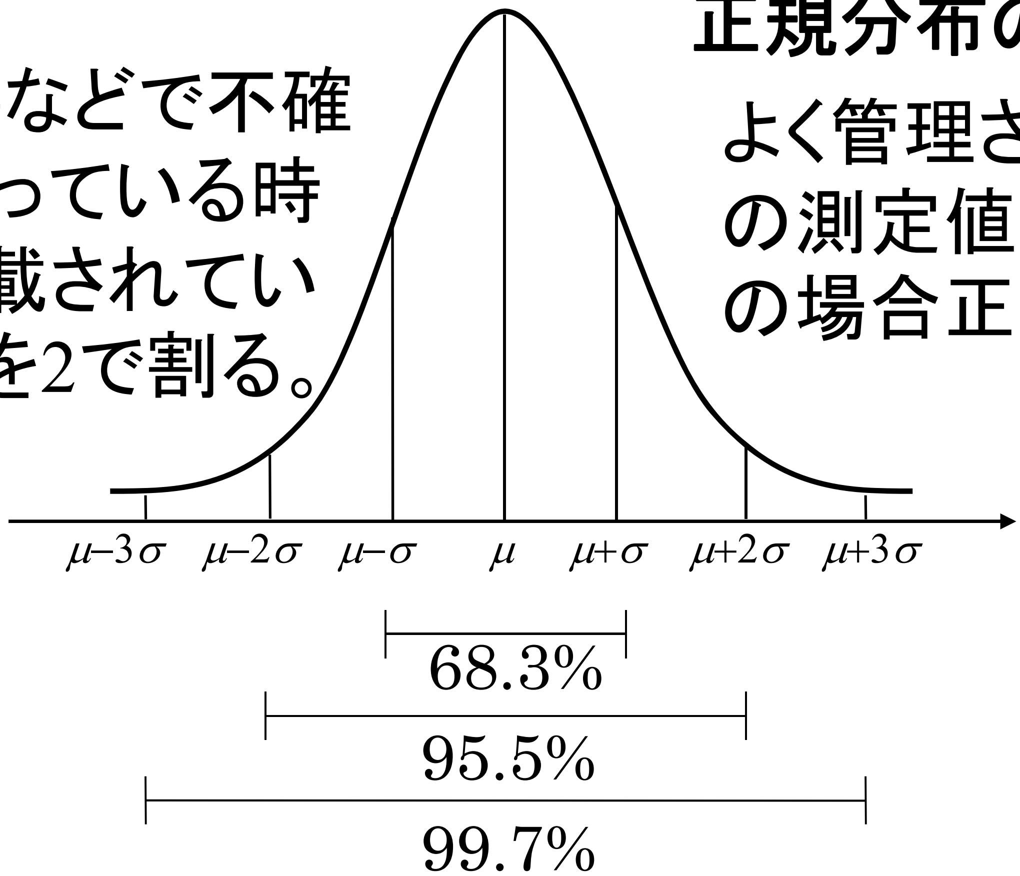
タイプBの評価で用いられる確率分布と標準偏差(3)

正規分布

校正証明書などで不確かさが分かっている時に適用。記載されている不確かさを2で割る。

正規分布の性質

よく管理されている測定の測定値は，ほとんどの場合正規分布する。



$\mu \pm 1\sigma$: 68.3%
$\mu \pm 2\sigma$: 95.5%
$\mu \pm 3\sigma$: 99.7%

の値が含まれる.

JEMIC

例：タイプBの不確かさ

（ビールジョッキの体積）

- 標準器の校正の不確かさに相当する、メスシリンダーの校正の不確かさは、校正証明書より、3.0 mL。また、校正証明書を用いる場合、確率分布は正規分布である。
- 温度による効果は、温度を測定している温度計が最小目盛り1 ℃のデジタル温度計を用いているため、±0.5 ℃で温度が分からない。

↓

±0.5 ℃の範囲内では、どこでも同じ確率で現れるので、矩形分布を仮定

JEMIC

バジェットシート (ビールジョッキ)

記号	不確かさ要因	値 ±	確率分布	除数	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ （出力量の単位）
u_R	測定の 繰返し性	1.138 (mL)	--------	1			
u_S	標準器の校正 の不確かさ	3.0 (mL)	正規分布				
u_T	温度による 効果	0.5 (℃)	矩形分布				
$u_c(\quad)$	合成標準 不確かさ	------	正規分布	------	------	------	
U	拡張不確かさ	------	正規分布 (k=2)	------	------	------	

JEMIC

不確かさ要因の単位

不確かさの要因には，実際に行っている測定と同じ単位で表されるものと，異なる単位で表されているものがある。

例：金属棒の直径測定

同じ単位で評価された要因	異なる単位で評価された要因
測定の繰返し ノギスの校正の不確かさ 単位：mm	温度変化による影響 単位：℃

異なる単位で表されているものはその出力量の単位に変換しなければならない！

これが感度係数！

温度による金属棒の直径の不確かさ(mm)

＝熱膨張係数(℃$^{-1}$)×金属棒の直径(mm)×温度の影響(℃)

JEMIC

例：感度係数 （ビールジョッキの体積）

- 繰返し性と標準器の校正の不確かさは出力量の単位と同じであるから感度係数は1

- この計測における温度を体積に変換する感度係数は、

体膨張率･･･ある物質が、1 ℃温度が変化するとどのくらい膨張するかを割合で表した値

液体の体積･･･体膨張率はどのくらい膨張するかを表した割合である。よって、この測定で用いられている液体は、633.5 mLであったので、その液体の体積を体膨張率にかけることにより、633.5 mLの液体の膨張量が算出される

JEMIC

例：感度係数　（ビールジョッキの体積）

- この液体の体膨張率・・・5.23×10^{-3}(°C^{-1})
- この液体の体積・・・633.5mL

感度係数・・・5.23×10^{-3}(°C^{-1}) ×633.5mL

＝3.313(mL/°C)

JEMIC

バジェットシート(ビールジョッキ)

記号	不確かさ要因	値 ±	確率分布	除数	標準 不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)
u_{R}	測定の 繰返し性	1.138 (mL)	--------	1	**1.138 (mL)**	**1**	**1.138 (mL)**
u_{S}	標準器の校正 の不確かさ	3.0 (mL)	正規分布	**2**	**1.5 (mL)**	**1**	**1.5 (mL)**
u_{T}	温度による 効果	0.5 (°C)	矩形分布	√**3**	**0.2887 (°C)**	**3.313 (mL/°C)**	**0.9565 (mL)**
$u_{\mathrm{c}}(\quad)$	合成標準 不確かさ	------	正規分布	-----	------	------	
U	拡張不確かさ	------	正規分布 (k=2)	-----	------	------	

JEMIC

不確かさの合成

標準不確かさはすべて標準偏差で表されている。

↓

標準偏差を合成するときは二乗和の平方根を用いる。

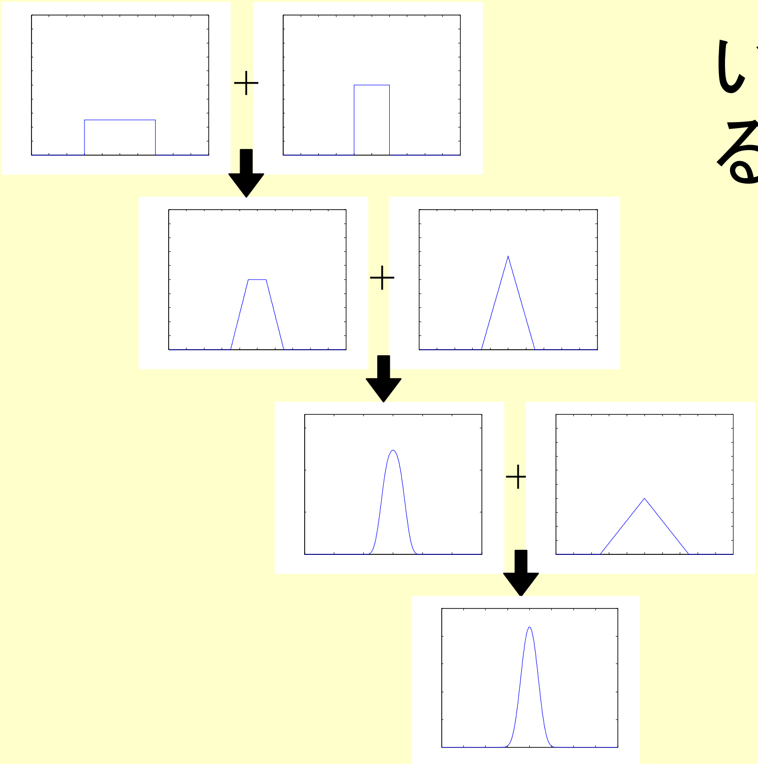
↓

各標準不確かさを合成し合成標準不確かさを求めるには標準不確かさを二乗し，足しあわせ，平方根を取る。

$$u_{\mathrm{c}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_{x_i}^2}$$

JEMIC

中心極限定理



いろいろな分布を合成してできる分布は正規分布に近づく。

これを中心極限定理と呼ぶ

標準偏差が合成標準不確かさとなる最終測定結果の分布は，中心極限定理によって正規分布していると見なせる。

拡張不確かさ

合成標準不確かさは、標準偏差として表されている.

許容差などでは，ほぼこの中にすべての値が入る、と言う範囲で示す.

ばらつきの平均値で表されている.

合成標準不確かさで示された範囲には約68%のものしか含まれない.

この数を包含係数と言い，kで表す. (k=2)

最終測定結果は，中心極限定理により正規分布していると見做せる.

合成標準不確かさを2倍すれば
約95%が含まれ，
今までと同じような値になる.

拡張不確かさ

最終結果

記号	不確かさ要因	値 ±	確率分布	除数	標準 不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)
u_R	測定の 繰返し性	1.138 (mL)	--------	1	**1.138 (mL)**	**1**	**1.138 (mL)**
u_S	標準器の校正 の不確かさ	3.0 (mL)	正規分布	**2**	**1.5 (mL)**	**1**	**1.5 (mL)**
u_T	温度による 効果	0.5 (°C)	矩形分布	√3	**0.2887 (°C)**	**3.313 (mL/°C)**	**0.9565 (mL)**
$u_c(\ \ )$	合成標準 不確かさ	------	正規分布	------	------	------	**2.112 (mL)**
U	拡張不確かさ	------	正規分布 (k=2)	------	------	------	**4.2 (mL)**

ビールジョッキの体積

633.5 (mL)±4.2(mL)、k=2

JEMIC

不確かさの表現

不確かさ要因

これらのばらつきを
標準偏差で表す。

標準不確かさ

合成

合成標準不確かさ

拡張不確かさ

一般的に校正証明書には
拡張不確かさを記載する。