

## 《第 3 回》

# 電流 (A) についての基礎解説と最新動向

金子晋久 (計測標準研究部門 電磁気計測科)

## 1. はじめに

国際単位系 (SI) の体系紹介と最新動向のシリーズ企画において、拙稿では電気標準の立場からの解説を書かせていただく。すでに第 1 回の白田氏の論文で電気素量、プランク定数が定義値へと変更される予定について丁寧に解説しており、さらに第 2 回で藤井氏より、プランク定数の改定について詳述されている。ここではそれらを前提とし、電気素量の電氣的測定方法や、SI 改定のメリット、デメリット、改定の具体的な手続きについて述べることにしたい。

## 2. SI 基本単位の電流について

電流の単位「アンペア」は SI 基本単位の一つであり、電流は電気量の中で最重要のように考えられている。その定義を実は SI のアンペアの定義は白田氏の解説にもあるように、真空の透磁率  $\mu_0$  を定義している。文書上は、「アンペアは、真空中に 1 メートルの間隔で平行に配置された無限に小さい円形断面積を有する無限に長い 2 本の直線状導体のそれぞれを流れ、これらの導体の長さ 1 メートルにつき  $2 \times 10^{-7}$  ニュートンの力を及ぼし合う一定の電流である。」と定義されている。この定義は、1948 年の第 9 回国際度量衡総会 (CGPM) で採択され、その後、1954 年の第 10 回 CGPM で電流の基本単位として正式に承認されている。これだけを読むと、実現が困難に思える。実際にこれを図で表現してみると、図 1 のように描ける。2 本の導体に電流が平行に流れる場合、導体間に発生する磁場が打ち消し合い弱まるため導体はより接近した方がエネルギーが下がる。よって導体間に引力相互作用が生まれ、その大きさと向きはアンペールの法則で示される電流間に働く力そのものである。実際に数式で記述すると下(1)式のようなになる。

$$\Delta F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \Delta l \quad (1)$$
$$2 \times 10^{-7} = \frac{\mu_0 \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} \times 1$$

この式から、直接

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (2)$$

が導かれる。つまり繰り返しとなるがアンペアの定義は真空の透磁率  $\mu_0$  を(2)式で定義していることと同義である。ある意味今から考えると、表記上の問題であり、もし、新しい SI でこの定義を使うとすると、真空の透磁率が(2)式となるように、アンペアを定める事になるであろう。真空の透磁率  $\mu_0$ 、真空の誘電率  $\epsilon_0$ 、および光速  $c$  の間には

$$\frac{1}{c} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (3)$$

の関係があり現在の SI ではこの 3 量すべて不確かさをゼロとして扱われる。しかし新しい SI では真空の透磁率が定義量でなくなるため、この「厳密な」関係式は不確かさをはらむことになる。 $c$  は新しい SI でも定義値として扱われるため、真空の透磁率  $\mu_0$  と真空の誘電率  $\epsilon_0$  が共に定義量ではなく、不確かさのある被測定値となろうとも、その積は正確に定まることとなる。これは、真空の透磁率と真空の誘電率の逆数の変換係数が光速の自乗であり、真空の透磁率と真空の誘電率の不確かさはともに同じであると理解しても良い。

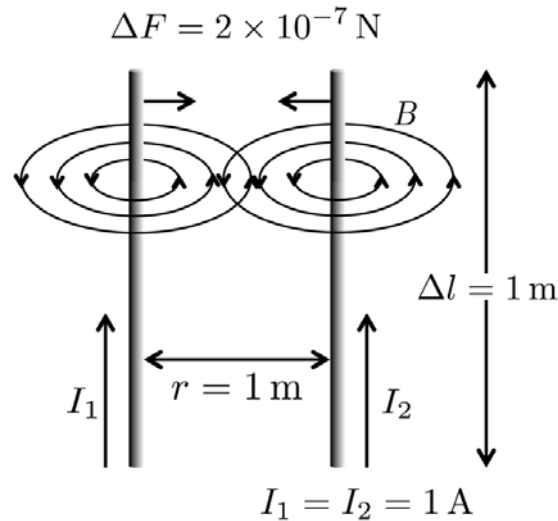


図1. 理想化された状態での 2 つの電流線の単位長さあたりに働く力を図示したもの。  
 $\Delta l$  は単位長さ、 $\Delta F$  はその単位長さあたりの線間に働く力、 $I_1$ 、 $I_2$  は共に電流値 1A、  
 $B$  は電流によって発生する円状磁界。

このアンペアの定義を利用して電流を実現する研究もなされてきたが、ジョセフソン効果の発見、量子ホール効果の発見により、電気量の具体的な実現にはこの 2 つの量子効果を用いたジョセフソン効果電圧標準と量子ホール効果抵抗標準を用いることが多い。アンペアの実現においては、これら「ボルト」と「オーム」の 2 つを用いて逆に「組み立て量」として「アンペア」を導く。多くの場合、これら 2 つの量子効果を利用し、必要に応じて電流を実現する方が不確かさが小さいという現実的問題によるものである。つまり、アンペアは SI 基本単位にも関わらず、その実現においては標準研究所における直接的な 1 次表現は行われていない。

ただし、SI によると、単位時間に流れる電荷の量でもアンペアは実現可能であり、これは新しい SI で電気素量が定義量となった後は、電荷として定義量となる電気素量  $e$  を用いることにより SI に忠実な手段として電流標準を実現可能である。しかし発生できる電流は現在でもナノアンペア程度、必要な不確かさを考慮すると、100pA のレベルにとどまり、実際に応用可能な電流値としては研究の余地が多い。しかしこの研究はナノテクノロジーおよび量子ナノ構造、キュービット、量子コンピューティングなど物性物理の最先端の技術と親和性が高く、ある意味物理学上ホットな話題である。この意味において最先端の物理学者が量子電流標準の実現に取り組んでいる。この点について、4 章で取り扱いたい。

### 3. 量子電気標準の実現

前章で述べたように、ジョセフソン効果と量子ホール効果が現在の電気標準の基準となっている。これらについて概説しておく。

#### 3.1 ジョセフソン効果電圧標準

2 つの超伝導体に挟まれた薄い絶縁層または金属層からなる素子をジョセフソン素子と呼ぶ。この素子に高周波を照射し、超伝導の電極間に適切なバイアス電流を流すと、超伝導電極間の電流—電圧特性上に楕円状又は階段状の定電圧ステップが生じる。これをシャピローステップと呼び、この効果を発見者の名前にちなみジョセフソン効果とよぶ。シャピローステップの一例を図 2 に示す。これは量子効果のうち重要な超伝導とトンネル効果を同時利用した素子である。この定電圧は、照射する周波数を  $f_J$  とすると、以下の式で表わされる。

$$\begin{aligned} V_J &= \frac{h}{2e} n f_J \\ &= \frac{1}{K_J} n f_J \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 $n$  は整数であり、シャピローステップの次数と素子数の積である。また、 $K_J \equiv 2e/h$  は発見者の名にちなみ、ジョセフソン定数と呼ばれる。つまり、照射する高周波を正確に定めれば、あとは基礎物理定数であるプランク定数と電気素量（あるいは合わせてジョセフソン定数）のみにより決まる普遍的電圧を得ることができる。ちなみに周波数の不確かさはきわめて小さいため、実際の標準供給（不確かさ  $10^{-9}$  レベル）においては無視できるレベルである。このジョセフソン効果の普遍性はきわめて高い精度で、ある場合には  $10^{-19}$  のオーダーまで確認されている<sup>1)</sup>。

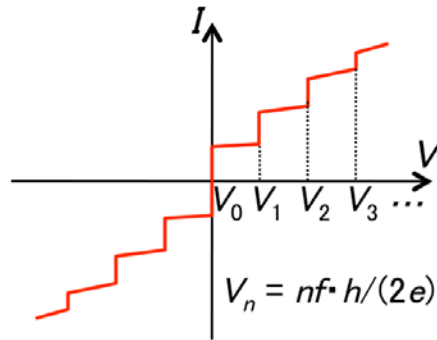


図2. ジョセフソン効果のシャピローステップの一例

### 3.2 量子ホール効果抵抗標準

量子ホール効果は、磁場中の2次元電子系のホール効果が量子化される現象である。主には GaAs/AlGaAs ヘテロ構造基板や MOSFET の界面に形成される清浄な2次元電子系（two dimensional electron gas, 2DEG）が用いられる。このような2次元電子系を1 K程度の低温に冷却し、磁場を印加すると、磁場に対するホール電圧（ホール電圧を素子に流す電流で割った量をホール抵抗と呼ぶ）は、階段状に量子化される。この様子を図3に示す。ちなみに2次元電子系でも高温の場合、ホール効果は通常の3次元系と同じく磁場に対して線形に増加する。この量子化ホール抵抗  $R_H$  は下式で表わされる。

$$R_H = \frac{h}{ie^2} = \frac{R_K}{i} \quad (5)$$

ここで、 $i$  は自然数である。 $R_K \equiv h/e^2$  はその発見者にちなみフォン・クリッツィング定数と呼ばれている。通常は  $i=2$  の量子状態を利用するため、量子化ホール抵抗は、 $R_H = 12906.4035 \Omega$  である。この値もジョセフソン効果の場合と同じく、基礎物理定数のみによって決定され、その普遍性は  $10^{-12}$  のレベルまで確認されている<sup>2)</sup>。最近ではより高温で、より低磁場で利用できるグラフェンの量子ホール効果も研究が進んでおり、標準への応用研究も盛んである。

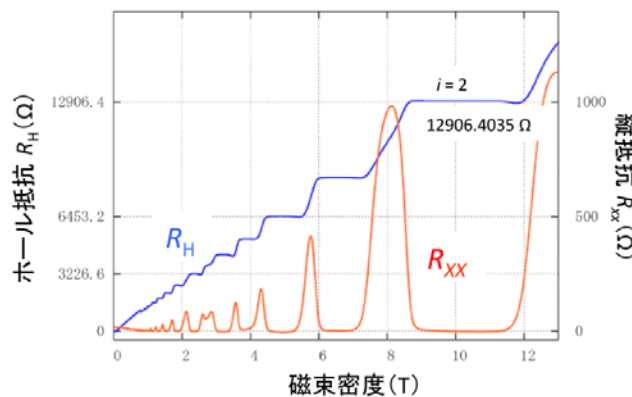


図3. 量子ホール効果 左側の軸が量子ホール抵抗  $R_H$ 、右側の軸が対応する縦抵抗  $R_{xx}$ 、量子ホール状態を示す時、縦抵抗は非散逸状態（抵抗ゼロ）となる。この非散逸状態が量子ホール効果の「質」の目安となる。

## 4. 量子電流標準

前章までのジョセフソン効果電圧標準と量子ホール効果抵抗標準を組み合わせ、電流標準が実現可能である。しかし、これら 2 量子効果を直接利用して電流標準を実現することはなされておらず、通常なんらかの適切な値の「標準器」を校正しそれらを組み合わせることで電流標準が実現している。しかし、2 章で解説したように、電気素量つまり、電子を一つ一つ計数し、単位時間当りに運搬される電荷でアンペアの定義が可能である。現在電気素量は被測定量であるが、新しい SI で定義量となればこの手段による電流の標準は SI にきわめて忠実な実現方法として注目を集めている。以下にその原理について述べる。

### 4.1 単電子トンネリング効果

単電子トンネリング効果は一つの電子の量子力学的振る舞いを利用したものである。その基本模式構造を図 4 に示す。これからわかるように、電子を一つづつ、量子ドット（島）という、数十 nm オーダの微細構造へ入れ、その電圧(ゲート電圧)を制御することでソース\_ドレイン間電流を制御する。この構造はいわゆるトランジスタであり、このような素子を単電子トランジスタ (single electron transistor, SET) と呼ぶ。量子ドットはきわめて小さいため電子のエネルギー準位は離散的となる。つまり、量子ドットに電子が入ると自らのクーロン相互作用(キャパシティブな効果)で2つ目の電子は入らない。この状態をクーロンブロッケードと呼ぶ。

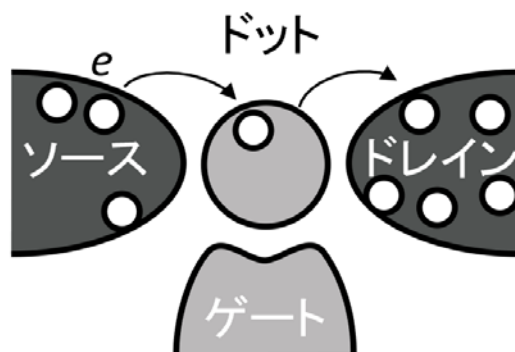


図4. 1 量子ドットの単電子トランジスタの模式図

### 4.2 電子ポンピング

しかしながらこの状態で電子を一つ一つポンピングしようとしても電子がソース側に流出する漏れが発生するため、実際にはこのまま正確な「電子ポンプ」として利用できない。そのため考えられたのが、この構造を直列に作製したものである。これを図 5 に示す。この場合、一つ目の量子ドットに閉じ込められた電子を正確に 2 つ目の量子ドットに移送することが可能となり、また 2 つ目の量子ドットから正確にドレインに電子を移送することが可能となる。周波数標準は極めて正確に決まるため、正確な周波数でこの動作を行うと、正確な電流が(6) 式の形で発生できるという仕組みである。

$$I_{\text{SET}} = e f_s \quad (6)$$

ここで、 $I_{\text{SET}}$  は発生する量子電流、 $f_s$  は電子ポンプの駆動周波数である。実はより多くの単電子トランジスタを直列に接続するとポンプエラーが減少することが知られている。これはコトンネリングというポンプエラーの原因となる量子現象の確率を減らすことができるためである。現在最も正確な電流が発生できる電子ポンプは 7 つの単電子トランジスタを接続したもの<sup>3)</sup> や、5 つの単電子トランジスタを接続しその周りに適切な抵抗を配置しインピーダンス環境を整えたものである<sup>4)</sup>。電流の不確かさは  $1 \times 10^{-6}$  の程度未満、場合によっては  $10^{-8}$  程度に達している。しかし、得られる電流値がきわめて小さいため、その評価には低温中のキャパシタに電荷をためそのキャパシタンスを別途測定するという手段をとっている。

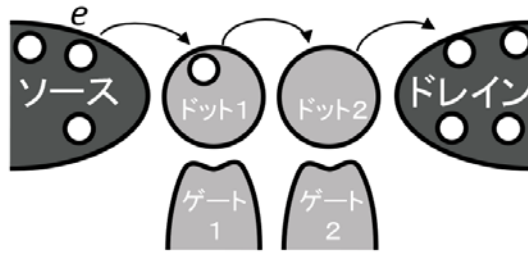


図5. 2量子ドットの電子ポンプの模式図

現在では、以上のアイデアをもとにし、さまざまな電子ポンプが開発され研究されている。その中で産総研では、SINIS型電子ポンプ（Sは超伝導、Iは絶縁体トンネルバリア、Nは常伝導アイランドを示す）やチューナブルバリア型電子ポンプを研究している。産総研と理化学研究所で共同で開発したSINIS型電子ポンプの写真を図6に示す。また、この電子ポンプを $f_s = 10\text{MHz}$ で駆動した場合の量子電流の図を図7に示す。ちなみに電子ポンプを総じて単電子トランジスタ、SETと表することも多い。

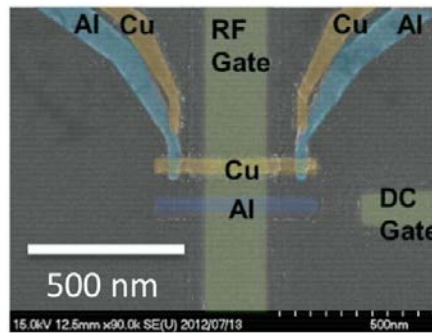


図6. 産総研と理化学研究所で開発したSINIS素子の写真

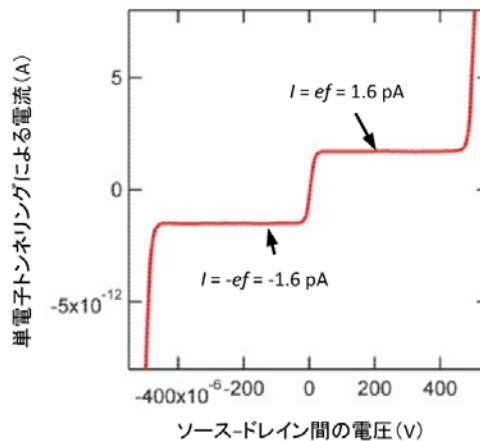


図7. 量子電流の発生 図6の素子で発生させた量子電流の例。 $\pm 1.6\text{pA}$ の電流を発生している。

### 4.3 量子メトロロジートライアングル

前章までのSET、電子ポンプはもちろん量子電流標準を見据えたものであるが、そのもう一つの目的はオームの法則の量子力学的検証である量子メトロロジートライアングル研究である。オームの法則は、たとえば良い金属素子に電流を印加したときの電圧低下は電流に比例し、その比例係数を抵抗として表現したものである。つまり、電流、電圧、抵抗のうち、2つを定義し、もう一つをそれらの比例係数として取り扱い、3つを同時に定義することはない。しかしこれら3つの物理量は実は上記したように、量子力学的に独立に定義することも可能であ

る。このような回路系を組んだ場合に、果たしてオームの法則は成り立つかどうか、という課題が量子メトロロジートライアングルである。その概念図を図 8 に示す。そのような回路として、たとえば：電子ポンプで発生した量子電流を適切に増倍し量子ホール素子に流す。このときの量子ホール電圧をジョセフソン素子が発生する量子電圧をもとに正確に測定する。このときに、ずれ（後述）が生じているか、を計測する回路が考えられる。そのような回路の例を図 9 に示す。量子メトロロジートライアングルの研究では、関連する各基礎物理定数、ジョセフソン定数、フォン・クリッツィング定数、電気量に理論値からのずれがあると仮定し、そのずれを見いだす、あるいはそれがゼロであることを証明すれば良い。このため、これら 3 つの基礎物理定数において、下式の仮定を行う。

$$\begin{aligned}
 K_J &= \frac{2e}{h} (1 + \epsilon_J) \\
 R_K &= \frac{h}{e^2} (1 + \epsilon_K) \\
 Q_s &= e (1 + \epsilon_s)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

この場合、(4)(5)(6)(7) 式をオームの法則  $V=IR$  に代入すると、

$$\begin{aligned}
 Q_s R_K K_J &= \frac{nif_J}{f_s} \quad (\text{experiment}) \\
 &= e \frac{h}{e^2} \frac{2e}{h} = 2 \quad (\text{theory})
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

が得られ、理論と実験の場合の整合性確認をすれば良いことがわかる。このことを図 8 に模式的に付記した。このような量子メトロロジートライアングル研究は、実はジョセフソン効果と量子ホール効果が正しいと前提すると、電気素量を絶対測定する研究という見方もできる。これも電気素量のナノスケール素子を用いた量子力学的な絶対測定という意味で SI 改定に向け重要な研究である。

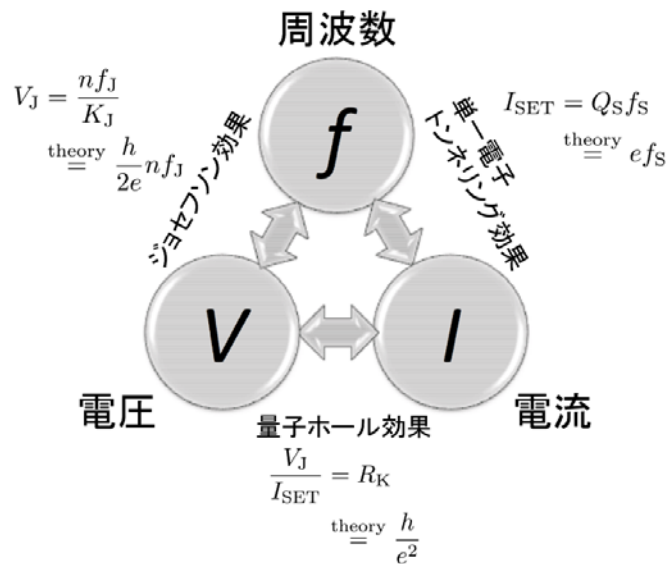


図8. 量子メトロロジートライアングルの概念図 3つの頂点の間関係式がそれぞれの関連基礎物理定数、ジョセフソン定数、フォン・クリッツィング定数、電気素量で結びついている。

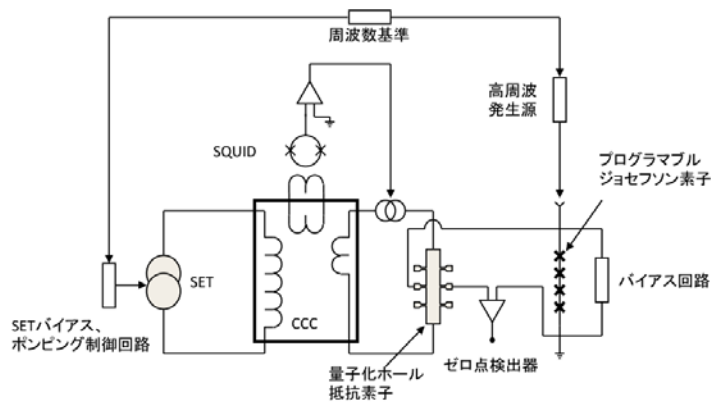


図9. 量子メートルジョージアングルの直接検証の回路 3つの基本電気量である、電流、抵抗、電圧に対応する量子力学的効果を示す素子を直接連結させた回路系。

## 5. SI改定の電気標準から見たメリットとデメリット

以上、量子電気標準の3つの技術、ジョセフソン効果電圧標準、量子ホール効果抵抗標準、および単電子トンネリング効果量子電流標準を解説した。前者2つは、完全に確立した技術といっても良いが、量子電流標準は研究途上である。よって、実際の電流の直接的な一次表現では、ジョセフソン効果と量子ホール効果を用い「間接的に」電流標準が実現されている現在の状況が継承されるであろう。しかし、現在の電気標準では1990年以降ジョセフソン定数、フォン・クリッツィング定数は不確かさをゼロとする協定値を用いることで1987年の第18回CGPMにて決議されメートル加盟国間で合意している<sup>5)</sup>。それらの値は $K_{J-90}$ 、 $R_{K-90}$ と表記され、それぞれ下式の値をとる。

$$\begin{aligned} K_{J-90} &\equiv 483\,597.9 \times 10^9 \text{ HzV}^{-1} \\ R_{K-90} &\equiv 25\,812.807 \, \Omega \end{aligned} \quad (9)$$

この理由は当時、これら定数の不確かさが大きく、早晚電子機器の分解能が高まり短期的・相対的測定能力が高まれば、基礎物理定数の不確かさの大きさのため、それら電子機器の性能を最大限生かすことができないことが危惧されたからである。このため、電気標準は現在純粋なSIトレーサビリティをとっていないが、電気標準の閉じた世界で小さな不確かさの世界を形成している。これは厳密にはほかの分野との整合性を放棄し、つまりSIの恩恵を放棄し、それを毀損している。

改定後の新しいSIでは、プランク定数 $h$ と電気素量 $e$ が定義値となるため、結果的にそれらで直接記述されるジョセフソン定数、 $K_J \equiv 2e/h$ とフォン・クリッツィング定数、 $R_K \equiv h/e^2$ も定義値となる。よって、これらを基準とする電気標準とくに量子電気標準と呼ばれている超高精度な標準はすべてSIトレーサビリティが確保され、SIの恩恵に浴することとなる。これがまさにメリットであり、電気標準がSIの改定の推進するかなりの理由がここにある。

しかしデメリットもある。SIの改定が計画された時点では、電気標準にとってはメリットのみのように考えられてきたが、ここに来てプランク定数 $h$ の値、別の言葉で言うとアボガドロ定数 $N_A$ （これら2つの基礎物理定数の間には変換式が存在する）の値が整合性よく決定されつつあり、その値が上記協定値、(9)式から0.1 ppm程外れることが予想される点である。この値は、多くの校正を実施している事業者やその校正証明書を受けている利用者から見ると比較的小さい値である。しかし産総研の国家標準から直接校正を受けている事業者の一部は、校正値の変更においてその差異が不確かさと同等レベルになる可能性をはらんでいる。しかし、最新の科学技術の成果を取り込み、SIトレーサビリティを厳密に満たすためには避けては通れないことであり、周知活動・教育活動を活発化させるとともに、その影響を見定める必要がある。

謝辞

本原稿は産業技術総合研究所計測標準研究部門電磁気計測科での各研究員の研究をもとにしている。研究員各位のご協力に感謝する。

(2013年12月10日受付)

## 参考文献

- 1) A.K. Jain, J.E. Lukens, and J.-S. Tsai: Test for relativistic gravitational effects on charged particles, *Phys. Rev. Lett.* 58–12, 1165/1168 (1987)
- 2) F. Schopfer<sup>1</sup> and W. Poirier: Testing universality of the quantum Hall effect by means of the Wheatstone bridge, *J. Appl. Phys.* 102, 054903 (2007)
- 3) W.M. Keller: Current status of the quantum metrology triangle, *Metrologia* 45, 102/109
- 4) Benedetta Camarota<sup>1</sup>, Hans-Jörg Scherer, Mark W Keller, Sergey V Lotkhov, Gerd-Dietmar Willenberg, and Franz-Josef Ahlers: Electron Counting Capacitance Standard with an improved five-junction R-pump, *Metrologia* 49, 8/14 (2012)
- 5) P. Giacomo: News from the BIPM, *Metrologia*, 1988, 25(2), 113/119 and T.J. Quinn: News from the BIPM, *Metrologia* 26, 69/74 (1989)