

量子メトロロジートライアングルの現状と基盤技術

岡崎雄馬*

(平成 26 年 12 月 25 受理)

Quantum metrology triangle with
cryogenic current comparators

Yuma OKAZAKI

Abstract

Quantum metrology triangle (QMT) experiment was proposed to verify the consistency between the three individual quantum phenomena used in the current electrical metrology, Josephson effects for the voltage standards, quantum Hall effects for the resistance standard, and single-electron tunneling effects for the current standard. An essential component to realize the QMT concept is a high-winding-ratio cryogenic current comparator (CCC) with a superconducting-quantum-interference-device (SQUID) used as a readout-circuit. Combining the CCC-SQUID-readout with QMT concept allows us to compare the three electrical quantities with extremely high accuracy that is otherwise unattainable. In this paper, current progress of the QMT experiments as well as the basic concepts of the SQUID and CCC are reviewed. Moreover, equivalent noise models of the SQUID and CCC are examined in order to understand the origin of the measurement uncertainty in the QMT experiments. This paper will provide a guideline for designing and constructing a measurement setup for the QMT experiment with unprecedented accuracy.

1 はじめに

電圧 V , 抵抗 R , 電流 I の間に成り立つ関係式, $V = RI$ はオームの法則として知られ, 現在のエレクトロニクスの基盤にもなっている重要な法則である. 電圧と抵抗の値は, ジョセフソン効果, および量子ホール効果と呼ばれる量子現象によって得られる量子電圧, 量子抵抗を標準電圧・抵抗値として参照することで決定することができる. これを量子電気標準と呼ぶ¹⁾. 残された電流 I は V と R を使って $I = V/R$ によって得ることが出来るが, 近年の科学技術の発展に伴って実現された単一電子トランジスタを用いると, 電流を構成する電子そのものの流れを単一電子レベルで操作して究極精度の電流を作り出す量子電流標準が実現可能である. この量子電流

が実現すると電圧, 抵抗とは全く独立な量子現象として電流を作り出せることになる. この時, 独立に作り出された 3 つの電気量がオームの法則を満たすかどうかは大変重要である. 3 つの電気量の間の整合性を検証する実験は, 量子メトロロジートライアングル (Quantum Metrology Triangle; QMT) と呼ばれ, 今後の量子電気標準の精度検証, およびその背景にある SI の改定において極めて重要な意義があり, 世界的に高い注目を浴びている^{2)・4)}.

QMT 実験は, 単一電子トランジスタによって生成した量子電流を量子ホール効果標準抵抗に流し, 発生する電圧をジョセフソン効果標準電圧と比較することによって行われる. 扱っている法則はオームの法則であり, 現象としては容易に理解できるがその実行は容易ではない. 現在実現されている単一電子トランジスタ素子では, 生成できる量子電流は高々数百 pA 程度の小さな値

* 物理計測標準研究部門量子電気標準研究グループ

であり、それを量子ホール素子に流して発生する電圧は数10マイクロボルト程度の小さい値にしかならない。SIの改定に影響を持つQMTの検証実験では、7桁以上の高い精度が必要とされており、このような小さな電圧を7桁精度で測定することが困難だからである。この困難を克服し、7桁以上の精度でQMT検証実験を実現するために、生成した量子電流を電流増幅器によって精密に増幅し、得られる電圧値を大きくする方法が提案され注目を集めている。このような高精密な電流増幅を実現するために、超伝導量子干渉計 (Superconducting QUantum Interference Device; SQUID) およびそれを利用する極低温電流比較器 (Cryogenic Current Comparator; CCC) が用いられる。これらは超伝導の量子効果を巧みに利用した量子計測器と呼ぶことができるものであり、今日そして将来の量子電気標準を陰で支える重要な基盤技術である^{5) 6)}。本調査研究の目的は、第一にQMTの現状を俯瞰し、現在の進捗をまとめること。第二に、トライアングルの検証で重要になるSQUIDとCCCの原理、およびこれまでの先行研究を調査し、さらなる高精度化への知見を得ることである。特に後者に関しては、目標である7桁精度のQMT実験を実現するために、その不確かさの要因である電気雑音モデルなど理論研究をまとめた。これらの知識は今後、高精度な計測器を実現しQMT実験を成功に導くうえで重要な指針となる。

本報告書の構成は以下である。まず第2章で、QMTの構成要素であるジョセフソン素子、量子ホール素子、単一電子トランジスタ素子の3つの動作原理を簡単に説明し、それらを組み合わせて行うQMT実験の方法を説明する。続いて、3章で基盤技術であるSQUIDとCCCの原理を説明し、先行する理論研究などで明らかとなっている不確かさの要因などを紹介する。最後に雑音モデルからQMT実験の不確かさに関する考察を行った。4章でそれらをまとめる。

2. 量子メトロロジートライアングル実験の現状

QMT実験では、3つの電気量にそれぞれ対応する量子現象を組み合わせて行う。まず、3つの量子現象を説明し、それらを組み合わせて行うトライアングルの実験方法について説明する。

2.1 現在のSIにおける電気単位の現状と課題

現在のSIでは、電流単位であるアンペアが基本の7つの単位に定められている⁷⁾。それによると、1アンペ

アは「真空中に1メートルの間隔で平行に配置された無限に小さい円形断面積を有する無限に長い二本の直線状導体のそれぞれを流れ、これらの導体の長さ1メートルにつき 2×10^{-7} ニュートンの力を及ぼし合う一定の電流である」と定義されている(図1)。しかし、この定義とおりに電流を作ろうとすると、無限に長い導体などの実現困難な要素が含まれており、この方法で1アンペアを作り出すことは実用的ではない。実際この定義は、1アンペアを作ることを念頭において定義されたわけではない。上述の定義は古典電磁気学におけるアンペールの法則と、ローレンツ力によって理解することができ、式で表すと、

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \quad (2.1)$$

と書ける。ここで、 F は2本の直線状導体間に働く力、 L はその長さ、 I_1 、 I_2 はそれぞれの導体を流れる電流であり、 μ_0 は真空の透磁率である。この式と上述の定義を比較すると、電流の定義は真空の透磁率を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/mと定義している式であることがわかる。現在のSIでは、光速 c 、真空の透磁率 μ_0 などの19世紀までに確立した古典電磁気学で重要な基礎物理定数が、不確かさのない定義値として定められており、定義値を基に電流を定義しようとする上述のSIの表現に帰着される。現状では、上述のSIに忠実に電流を実現することはされず、代わりに後述する量子現象を基準として、抵抗と電圧を測定することができる。残された電流は、オームの法則を介して電圧と抵抗によって作り出すことができる。

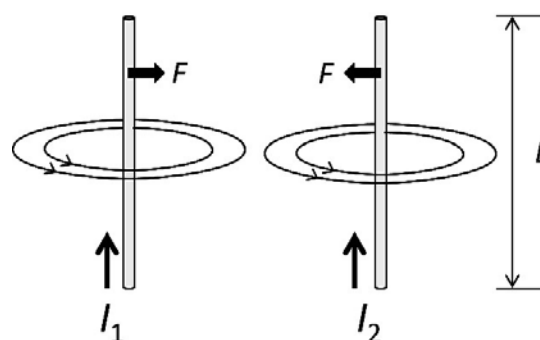


図1 現在のSIにおける1アンペアの定義。古典電磁気学におけるアンペールの法則とローレンツ力によって電流を定義する。

量子現象を基準とした電圧、抵抗の測定は、既に産総研を含む世界各国の計量標準機関で国家標準として採用されるなど、量子電気標準として確立している。古典電磁気学に基づいている現状のSIは実際の状況に沿って

改定されようとしており、2018年以降にSI単位系を大きく変更する再定義の実施が予定されている⁸⁾。具体的には、素電荷 e やプランク定数 h などの量子現象の組み立て量となる物理量を不確かさのない定義値として定める。これにより量子電気標準の抵抗、電圧などの値は自然な形でSIに組み込まれることになる。この再定義において、現在質量原器を基準とした質量標準や、水の三重点を基準とする温度標準などもより先進的・現代的な定義に置き換わる予定である。新SI（あるいは量子現象に基づく量子SI）でアンペアはどのように定義されるのか？文献⁸⁾からそのまま引用すると“the ampere will continue to be the unit of electric current, but its magnitude will be set by fixing the numerical value of the elementary charge to be equal to exactly 1.60217×10^{-19} when it is expressed in the SI unit s A, which is equal to C ”のように素電荷 e の値と時間周波数によって高精度に計測できる秒の単位を用いて定義される。本報告書で紹介する単一電子トランジスタによる量子電流の生成は、この定義に忠実を実行して電流を作り出す方法である。当然その量子電流は、量子電圧、量子抵抗とオームの法則を介した整合性が成り立っていないと成り立たない。上の引用文で素電荷 e の値の7桁目はXとなっており、その値は未定である。最終的な値は科学技術データ委員会（Committee on Data for Science and Technology; CODATA）による値の調整を参照して決定されることになる。本報告書で調査対象とするQMTの実験もその値を左右する影響力を持っている。しかし、Xは素電荷の7桁目であり、そこへ寄与するために、少なくとも7桁以上の精度でQMT実験が実現されなくてはならない。

2.2 量子電気標準における電圧、抵抗、電流

2.2.1 ジョセフソン効果による量子電圧

電圧標準に用いられるジョセフソン効果は、図2(a)のような2つの超伝導体で数ナノメートル程度の薄い絶縁体または常伝導体を挟んだ構造(ジョセフソン接合)で観測される量子現象である^{9),10)}。超伝導は極低温に冷却した金属の電気抵抗が零になる量子現象である。超伝導の発現する温度(転移温度 T_c)は材料ごとに異なっており、単金属ではニオブ($T_c = 9.2$ K)や鉛($T_c = 7.2$ K)、合金としては窒化ニオブ($T_c = 16$ K)などが良く知られている。ジョセフソン接合は、半導体微細加工などで用いられるナノ加工手法、すなわち金属膜蒸着やフォトリソグラフィなどを用いることによって作製できる。超伝導体間に挟む絶縁体としては、アルミを酸素

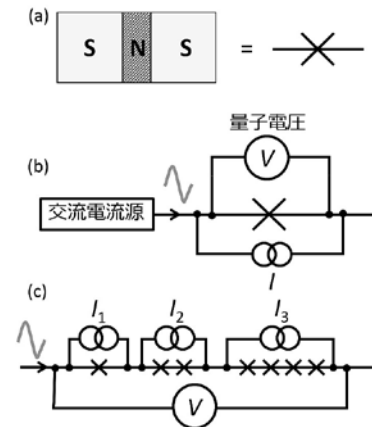


図2 量子電圧標準に用いられるジョセフソン接合。(a) 2つの超伝導体(S)を薄い常伝導金属(N)で挟んだ構造。常伝導金属層の厚みは数ナノから数10ナノメートル程度。右側記号はジョセフソン接合の回路記号。(b) ACジョセフソン効果の測定セットアップ。(c) ジョセフソン素子を直列に並べたプログラマブルジョセフソン接合アレイ。

に曝してできる自然酸化膜が良く用いられ、金属体としてはTiNなどが用いられる。どちらの場合でも、2つの超伝導体が非超伝導体層を介して弱く接続されていることが本質的な役割を担う。図2(b)のようなセットアップを用いて、ジョセフソン接合に交流電流(周波数は数GHzから数十GHz帯域のマイクロ波)を流すと素子に直流電圧 V_J が発生する。この現象はACジョセフソン効果と呼ばれ、発生する電圧 V_J は、

$$V_J = n f_J / K_J \quad (2.2)$$

で与えられる。この時 f_J は素子に与えている交流電流の周波数であり、 K_J はジョセフソン定数、 n は整数である。 K_J は理論的に、

$$K_J = \frac{2e}{h} \quad (2.3)$$

と与えられており、 e と h はそれぞれ素電荷およびプランク定数である。 K_J の値としては1990年に定められた協定値⁷⁾、

$$K_{J-90} = 483597.9 \text{ GHz/V} \quad (2.4)$$

が用いられている。この協定値は不確かさのない定義値であり、その意味で8桁目に不確かさを持つ e, h から定義される式(2.2)の値とは本質的に異なっている。不確かさのない協定値が導入された背景は、ジョセフソン効果自身は非常に普遍的に成り立っている現象であることが上げられる。実際ジョセフソン効果に関して、同じ接合同士¹¹⁾、あるいは異なる構造¹²⁾で作られた接合同

で比較するなどの実験が行われ、最大で 19 桁精度での一致が報告されている^{13), 14)}。この様にジョセフソン効果自身は高い精度で成り立っており、電気測定の範囲内で閉じた比較測定を行う限りにおいては、不確かさのない定義値を用いることでより高い精度での議論が可能になるなどの利便性が得られる。

ジョセフソン効果に基づいた電圧発生において、理論上はマイクロ波周波数を変えることによって任意の電圧を発生できるはずである。実用的なマイクロ波の発生源としては 1 GHz ~ 100 GHz の帯域が用いられているが、マイクロ波の周波数を変化させることはインピーダンス整合など高周波回路としての技術的な困難が伴うため、周波数変化の自由度はそれほど高くない。このような制限を克服するために、複数のジョセフソン接合を直列に集積化したプログラマブルジョセフソン素子が開発されている。図 2 (c) のように、1, 2, 4, …, 2^{N-1} と 2 の倍数で接合を直列に接続しそれぞれに独立した駆動電流源を接続する。ジョセフソン効果では、直流のオフセット電流を印加したところだけで電圧を発生させることが可能なので、2 進法にしたがって 1 個から 2^{N-1} 個までの任意の個数の接合の組み合わせを自由に切り替え可能である。電圧状態になる接合数（電圧を発生する接合数）を変化させて発生電圧のレンジを切り替え、かつマイクロ波周波数の微調整を行えば発生電圧値を幅広い範囲で高精度に制御できる。また、レンジの切り替えを動的に行うことによって正弦波を発生させるなどの応用も可能である。現在ではこの方法で、50 万以上の素子を集積化することによって 10 V レンジの電圧標準が実現されている^{9), 10)}。

2.2.2 量子ホール効果による量子抵抗

量子ホール効果は高移動度二次元電子ガスを低温（通常は液体ヘリウム温度以下）に冷却し、磁場を印加した際にホール抵抗が量子化される現象である¹⁵⁾。もともとホール効果は、金属薄膜などに磁場を印加した際に、キャリアが磁場によるローレンツ力で曲げられて、電流と直行する方向に電圧が発生する現象であり、古典的にホール抵抗は磁場に比例するだけである。異なるバンドギャップを持つ半導体の接合（ヘテロ接合）において、界面に電子が閉じ込められ界面に沿った二次元面内でのみを移動できる状態が作られる。特に GaAs/AlGaAs などの化合物半導体を残留不純物の極めて少ない超高真空中で分子線エピタキシー成長して作製されるヘテロ構造では、電子が数ミクロンスケールにわたって散乱されずに伝導可能な高移動度二次元電子ガスが実現される。その様な、高移動度の二次元電子ガスに強磁場を印加する

と、ローレンツ力で曲げられた電子の円運動（サイクロトロン運動）が量子化されることによって、ホール抵抗に一定の抵抗値が発現する。

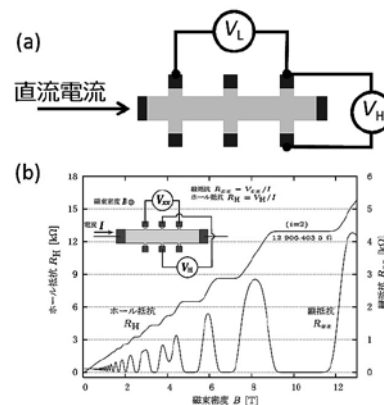


図 3 量子抵抗標準に用いられる量子ホール効果。(a) 量子ホール効果の測定に用いられるホール素子。(b) ホール抵抗 (左) と縦抵抗 (右軸) の磁場依存性。量子ホール効果によるホール抵抗プラトーと縦抵抗のゼロ抵抗状態が観測されている。測定は大江氏 (産総研) による。

ホール抵抗の測定は、図 3 (a) に示したようなホールバー構造に長手方向に電流 I を流し、そのとき発生する縦電圧 V_{xx} 、横電圧（ホール電圧） V_H を測定することによって行う。電流電圧から、縦抵抗 $R_{xx} = V_{xx}/I$ とホール抵抗 $R_H = V_H/I$ を、磁場を変えて測定すると図 3 (b) に示したような、ホール抵抗に階段状の抵抗ステップが観測され、その時縦抵抗がゼロ抵抗状態になっている様子が見られる。これが量子ホール効果である。量子ホール効果の抵抗値 R_H は、

$$R_H = \frac{R_K}{i} \tag{2.5}$$

で与えられ、 R_K はフォン・クリッツィング定数、 i は整数である。図中で 10 T 付近に現れているのは $i = 2$ の量子化抵抗であり、量子抵抗標準として用いられている。理論的には R_K は、

$$R_K = \frac{h}{e^2} \tag{2.6}$$

で与えられる¹⁷⁾。標準抵抗としては、 $i = 2$ の第二プラトーが標準抵抗として用いられ、その抵抗値は約 12.9 k Ω である。 R_K の値もジョセフソン効果と同様に 1990 年の協定値で定義値として定められており⁷⁾、

$$R_{K-90} = 25812.807 \Omega \tag{2.7}$$

が用いられている。

量子ホール効果自体は、測定温度や磁場の正確さには依存しない普遍性の高い現象であり、ガリウムヒ素ヘテロ構造上に形成された2つの素子抵抗や他にも Si-MOSFET 構造で作成されたホール素子抵抗と比較した実験では 10 桁以上の高い精度で整合していることが検証されている^{15) -18)}。これまでは、ガリウムヒ素基板を用いた量子抵抗素子が中心的な役割を担ってきたが、近年グラファイトを原子一層の厚みで取り出して作られる原子膜であるグラフェンにも高品質な二次元電子ガスが形成され、量子ホール抵抗標準の観点からも注目が集まっている。現在国家標準に多く採用されているガリウムヒ素ヘテロ構造から作られた量子ホール抵抗素子とグラフェンから作られた量子ホール抵抗素子の抵抗値を比較する実験が行われ、8 桁以上の精度で2つの抵抗値が一致していることが示された¹⁹⁾。この結果は、量子ホール効果が材料に依存しない普遍的な現象であることを実証したことに加え、グラフェンが今後の抵抗標準に用いられることが出来る有望な素子材料であることを示唆している。グラフェンを用いるメリットとしてはいくつかあげられる。第一に、高品質なガリウムヒ素ヘテロ構造の作製には高価な分子線エピタキシー装置を用いて熟練の職人が成長することで初めて可能になる一方、グラフェンは市販の高品質グラファイトから容易に剥離して得られ、作製コストが大幅に抑えられる。第二に、グラフェンは室温においても高移動度の二次元電子ガスを形成できるため、室温においても量子ホール効果が観測されており、将来的には抵抗標準素子として極低温に冷却する必要がなくなる可能性がある²⁰⁾。第三に、近年グラフェンに特定の引っ張り歪を印加するとゲージ場に伴う有効的な擬磁場が発生し、超伝導電磁石による外部磁場を与えなくても、量子ホール効果が発現する可能性が理論的に予言されている²¹⁾。実際、走査トンネル顕微鏡を用いた実験では、歪によって磁場 300 テスラに相当する擬磁場が発生することが実験で確認された²²⁾。まだ、歪による量子ホール効果の発現は観測されていないが、今後の実験で歪による量子ホール効果が確認できれば大きなブレークスルーになると予想される。特に、素子の冷却に用いられる冷凍機や強磁場の印加に用いられる超伝導磁石には液体ヘリウムなどの寒剤が大量に必要であるが、液体ヘリウムは高価であることに加え、近年、需要増に伴う価格の高騰などもあり入手困難な状況が起きている。グラフェンの有効磁場による量子ホール効果が、室温で実現されるようになれば、高価な実験装置の不要な簡便な量子ホール抵抗標準が実現され、量子電気標準の大きな発展が期待される。この意味で、グラフェンは次

世代の量子抵抗標準の可能性を秘めたデバイスとして盛んに研究されている。

2.2.3 単一電子トランジスタによる量子電流

電流は単位時間当たりに流れた電気量で定義されている。電流を運んでいるのは素電荷 $e = 1.60217657 \times 10^{-19}$ C の電気量を持つ電子であるため、単位時間当たりに流れる電子の個数を精密に制御することによっても任意の電流を作り出せるはずである。近年ナノテクノロジーの発展に伴い、電子を一個の単位で制御できる単一電子トランジスタが実現され、単一電子レベルで電荷を操作できるようになった。近年、この単一電子トランジスタを用い単一電子レベルで正確な電流標準を作ろうとする取り組みが注目を集めている。特に欧州では、NPL, PTB などといった欧州各国の計測標準研究機関が連携した共同プロジェクト“Quantum ampere: Realisation of the new SI ampere”が2012年から2015年に実施され、量子電流標準の実現に向けた研究を精力的に行った。プロジェクトの目標は、QMTの実験に必要な7桁精度で量子電流を実現するために「100ピコアンペア以上の電流量で7桁以上の精度」を実現することである。実現を目指す研究としては、以下の3つの重点課題をとりあげていた。(1) 単一電子トランジスタとしてそれまでに提案されている素子構造、単一電子制御メカニズムを比較検討し、高精度な電流標準素子を実現する研究、(2) 単一電子制御で得られる電流量が微小であるため、そのような微小電流を高精度に評価できるための測定技術を開発する研究、(3) 最後に(1)と(2)を組み合わせる行う精度の評価、量子抵抗および量子電圧を介して作り出される電流との整合性の検証(すなわちQMT検証実験)である。現在、精密測定手法がかなり確立している量子抵抗、量子電圧標準とは異なり、後発の量子電流標準はピコアンペア以上の出力電流レンジにおいて高々6桁程度の精度が現状であり、QMT実験の実現には、高精度な量子電流標準の実現が要である。その意味で、現状のQMTの実現に向けた研究の発展は、電流標準素子の精度向上の研究であるといっても過言ではない。量子電流標準の研究に関しては、中村による過去の調査研究²³⁾に詳しく記述されている。本調査研究では、そこで触れられなかった精密測定方法など基盤技術に関して詳しく記載する。以下では、単一電子トランジスタの構造に関して簡単に記述する。

図4(a)に単一電子トランジスタ素子(SET)の基本的な構造を示した。SETは2つのトンネル障壁を数百ナノメートル程度の微小な領域に加工した構造であ

る．2つのトンネル障壁にはさまれた微小領域が，数百ナノメートル以下に小さくなると，微小領域の自己静電容量 C は数十アトファラッド程度まで小さくなる．この時，微小領域に電気量 e の電子をひとつ追加するのに必要なエネルギーは，

$$U = \frac{e^2}{2C} \quad (2.8)$$

によって計算され，数 meV 程度以上の値になる．このエネルギーは 10 K 程度の熱エネルギーに相当するため，素子をこれよりも十分低温に冷却（通常希釈冷凍機を用いて数十ミリケルビン程度に冷却）すると微小領域内の電子数はもはや熱的にゆらぐことはなくなる．電子を閉じ込めているポテンシャルをゲートに印加する電圧によって制御することによって，この電子数を自由に制御可能である．この素子を利用することによって，例えばソース電極から微小領域に電子を一個取り込み，それをドレイン電極へと送り出すと言う単一電子転送が可能になる．このゲート電圧の転送周期を，正確な周波数 f_{SET} で行うことによって結果として流れる電流量は，

$$I_{SET} = ef_{SET} \quad (2.9)$$

となり，周波数と素電荷を組み立て量として電流が生成されることになる．

図 4 (b) は，ガリウムヒ素ヘテロ基板上に電子線リソグラフィでショットキー電極を加工することによって形成される単一電子トランジスタ素子の模式図である．このヘテロ基板には，表面から数十ナノメートル下に二次元電子ガス (2DEG) が形成されており，電子は二次元的に自由に動き回れる状況である．表面のショットキー電極に負電圧を印加すると，ゲート直下に静電ポテンシャルが印加され伝導電子の存在しない空乏領域が作られる．これによって電子が数百ナノメートルの領域に閉じ込められた状態が形成される．この閉じ込め状態と閉じ込められていない 2DEG の間には静電ポテンシャルが形成されており，このポテンシャルをトンネル障壁として利用することにより単一電子トランジスタ構造が実現できる²⁴⁾．

単一電子転送方式による量子電流で，電流精度を悪化させる要因は転送エラーである．これは本来電子を 1 個ドレイン電極に送り出すタイミングで，電子が複数個送り出されたり (コトンネリング)，逆側のソース電極に押し戻されてしまったり (バックトンネリング) することによって最終的に転送された電子数が正確でなくなることによる．トンネルの時間スケールを非常にゆっくりすることで，転送エラーを抑えることが出来るが，得

られる電流値が少なくなってしまうという問題がある．単一電子転送速度は，トンネル障壁のトンネルレートなどによってリミットされており，これまでの実験報告があるのは，高々数 GHz 程度までである．この転送速度は，数 100 ピコアンペア程度の電流を出力することに相当する．さらに大きな電流を得るために，素子を並列に並べた並列ポンプなどが研究されており，10 個程度の並列転送が実証されている．更なる並列化には，特性のそろった SET 構造を実現するためのナノ加工技術などの研究開発が必須であり，今後の研究の発展に注目が集まっている．

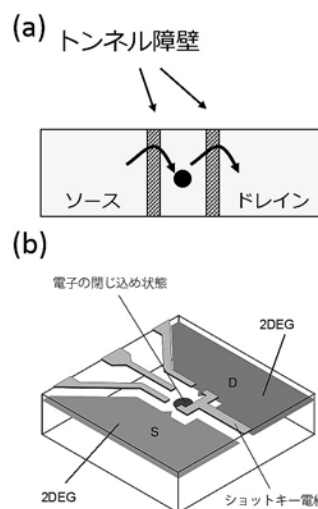


図 4 量子電流標準に用いられる単一電子転送．(a) 単一電子トランジスタ構造の概念図．(b) チューナブルバリア単一電子トランジスタ素子の模式図．ショットキー電極に負電圧を印加し 2DEG を空乏化させ電子の閉じ込め状態を形成する．

2.3 3つの量子現象を組み合わせた量子メトロロジートライアングル

2.3.1 量子メトロロジートライアングル実験の目的

既に述べたようにジョセフソン電圧標準，量子ホール抵抗標準では不確かさのない協定値を利用して量子電流標準の中である意味閉じた体系を持っている．それらが，他の SI とどのように整合しているかどうかは，式 (2.2)，(2.5) を精密に検証するしかない．3つの量子電流標準で与えられる定数が，その理論値からずれていたと仮定する．すなわち，

$$\begin{aligned}
 K_J &= \frac{2e}{h}(1 + \varepsilon_J) \\
 R_K &= \frac{h}{e^2}(1 + \varepsilon_H) \\
 Q_{SET} &= e(1 + \varepsilon_{SET})
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

のように微小な補正值 ε_J , ε_K , そして ε_{SET} によってその記述されるだろう。ここで Q_{SET} は単一電子転送で運ばれる電気量を表す。この時、それぞれの量子現象で得られる量子電圧, 量子抵抗, そして量子電流の値は,

$$\begin{aligned}
 V_J &= n \frac{h}{2e(1 + \varepsilon_J)} f_J \\
 R_J &= \frac{h}{ie^2}(1 + \varepsilon_H) \\
 I_{SET} &= e(1 + \varepsilon_{SET}) f_{SET}
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

である。QMT では、オームの法則を介してこの補正值の大きさを評価する。通常電圧標準として用いられるのは最初の電圧プラトー ($n = 1$) であり、抵抗標準としては第 2 プラトー ($i = 2$) である。それを考慮して、 $V = RI$ に上式を代入して整理すると、

$$\frac{f_J}{f_{SET}} = 1 + \varepsilon_J + \varepsilon_K + \varepsilon_{SET}$$

である。ここで補正值は 1 よりも小さいため 2 次以上の項を消去した。すなわち、オームの法則を介して 3 つの電気量が釣り合った時の、ジョセフソン素子を駆動する周波数 f_J と SET を駆動する周波数 f_{SET} の間のずれを高精度に測定することによって、3 つの量子電気標準の理論値からのずれ $\varepsilon_J + \varepsilon_K + \varepsilon_{SET}$ を評価することが出来る。しかし次の節で詳しく述べるように、この 3 つの電気量の比較を 7 桁以上の精度で行うには電気回路的な工夫を凝らさなければならない。

2.3.2 量子メトロロジートライアングルの実現回路

QMT の実験方法を図 5 に示した。いずれの図でも、SET によって生成した量子電流 I_{SET} を量子ホール素子、あるいはそれを基準に値を校正した抵抗器に流し込み、発生する電圧をジョセフソン電圧標準と比較する。問題は、 I_{SET} が高々数百ピコアンペア程度と微小であるため発生電圧が小さく、高精度な比較が困難であることである。簡単な見積もりとして、100 pA の電流を $R_K \approx 12.9$ kΩ に流し込むと、発生電圧は約 1.29 μV 程度である。電圧の比較には通常差動電圧計が用いられるが、その分解能はナノボルト程度であるから、3 桁程度でしか比較を行うことが出来ない。これでは積算平均によって不確かさを小さくしようとしても、1 億回の繰り返し測定が必

要であり、1 回の測定が 1 分程度と仮定しても 190 年間測定を続ける必要があり、現実的な時間で 7 桁を達成できない。そのため 7 桁以上を目標とする QMT 実験には、発生電圧が大きくなるように工夫が必要になる。1 nV の分解能の電圧比較で、7 桁の精度を出すためには、発生電圧は 10 mV 程度必要である。そのため、量子抵抗器の代わりに、その 1 万倍の抵抗値である 100 MΩ 以上の抵抗器を用いて、測定する方法が提案されている [図 5 (a)]。しかし、抵抗値が 100 MΩ 程度の抵抗レンジになると、抵抗値そのものを校正する際の不確かさが大きくなってしまい、現状では 6 桁程度での不確かさが上限である。このような高抵抗領域における抵抗校正技術が 1 桁向上すれば、高抵抗を用いた QMT 実験が可能になる。別の方法として、図 5 (b) に示したのは、pF 程度の小さな容量のキャパシタに SET 電流を充電し、発生電圧を測定する方法がある。電流が 1 pA でも 1 pF のキャパシタに 1 秒間溜め込めば、1 V の発生電圧を生み出すことが出来る。実際この方法を用いて、QMT 実験を試みる研究が NIST^{(25) (28)} や PTB^{(29) (30)} で行われ、最大で 0.9×10^{-6} の精度で QMT を検証した。この方法では、キャパシタを校正する際に交流測定が必要になるなど技術的に高度な測定であり、また、校正には寄生容量などを取り入れた等価回路を立てる必要があるなど人為的な要因が入り込みやすい。この方法では、微小キャパシタの精度向上が重要であるが現状では 6 桁精度での測定が上限である。

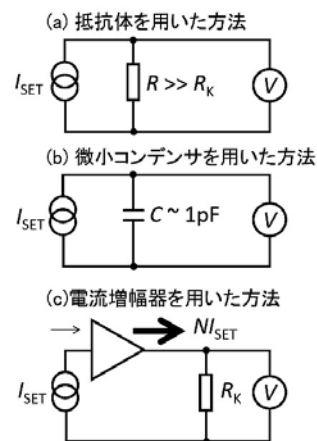


図 5 量子メトロロジートライアングルの実験セットアップ。(a) は高抵抗な標準抵抗器を用いて行う間接的な方法。(b) は微小なキャパシタをインピーダンス測定によって値を校正して行う間接的な方法。(c) は電流増幅器を用いて量子電流値を増幅し、直接量子ホール抵抗標準との値の比較を行う直接的な方法。

最後に、電流増幅器を用いて SET からの量子電流そのものを 1 万倍以上に増幅し、発生電圧を大きくする方法を紹介する [図 5 (c)]. この方法では、電流増幅する際の増幅率の精度が実験の精度に直接関わってくる。そのような高い精度での電流増幅は、通常のエレクトロニクス回路を用いる電流増幅回路では実現不可能であるが、以降の章で説明する極低温電流比較器と SQUID による読出し装置を組み合わせることによって 9 桁以上の精度で正確な電流増幅が可能になる。現状ではこのような精密電流増幅装置を用いて行う QMT 実験が有望視されている。図 6 に電流増幅器である CCC と SQUID 読出しを使った QMT 実験セットアップを示す。CCC は 2 種類の巻き数比 $N_1:N_2$ を持ったコイルであり、それぞれのコイルを流れる電流 I_1 と I_2 に、その巻き数を乗じた値、すなわち N_1I_1 と N_2I_2 のバランスを検出する電流比較器である。超伝導の性質を利用するため超伝導転移温度以下の低温環境で動作させる必要があり、極低温の名を冠している。電流のつりあいの検出は SQUID による磁場測定によって行われ、SQUID の出力がゼロになるとき、電流と巻き数の積が釣り合う。例えば $N_1:N_2=10000:1$ の巻き数比で CCC を作製すれば電流比 $I_1:I_2=1:10000$ で釣り合うことになる。電流バランスの検出感度は現実的な積算時間（数時間のオーダー）で aA レベルの分解能に達するため 100 pA の電流に対し、8 桁の精度を持たせることができる。このような電流比較器を利用して増幅を行う際には、SQUID の出力がゼロになるようにフィードバック電流を流して行う。図 6 に示したように SET からの量子電流を CCC の高巻き数側コイルに流す。この時、SQUID の出力をモニターし、それがゼロになるようなフィードバック電流を低巻き数側のコイルに流す。SQUID の出力がゼロになった時フィードバック電流は正確に SET 電流に巻き数比の分だけ増幅されたことを意味し、その電流を量子ホール素子に流して発生電圧をジョセフソン電圧標準と比較できる。巻き数比が 1 万以上になるような CCC を作製する事で、QMT 実験で必要な精度を達成できる試算である。ここでみたように、CCC と SQUID は、異なった測定レンジにある量子電流と量子電圧、抵抗間の橋渡しをする QMT 実験の基盤技術である。まだ CCC を利用する完全な QMT 実験は実現されていないが、10 k Ω の標準抵抗を用いた原理の実証が LNE で行われ、6 桁程度の精度を達成した報告がされている³¹⁾。

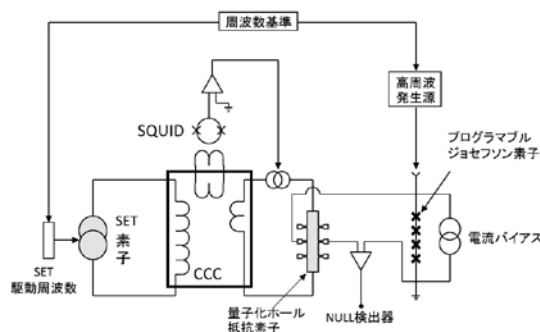


図 6 極低温電流比較器 (CCC) を利用した直接 QMT 実験のセットアップ. 単一電子トランジスタ素子 (SET) によって生成された量子電流を CCC で増幅し、量子ホール素子へ流し発生したホール電圧をプログラマブルジョセフソン素子で発生する電圧と比較する (ゼロ点検出器による). CCC および SQUID が比較を行う上で重要な役割を担う。

3. 量子メトロロジートライアングルの基盤技術

3.1 超伝導量子干渉計 (SQUID)

前章で説明したように SQUID は極低温電流比較器を用いた電流比較を行う際の読出し装置として用いられる。CCC における電流比較の精度はこの SQUID の読み出し感度にかかっているといても過言ではない。文献^{5), 6), 32)} を参考に SQUID に関する基本原理を説明する。SQUID は電圧標準に用いられるジョセフソン接合を利用したデバイスであり、超伝導ループに接合を 2 つ有する dc-SQUID と 1 つの接合を有する rf-SQUID に大別される。いずれもループを貫く磁束を出力電圧に変えて高感度に検出するセンサーであるが、より高感度な dc-SQUID を中心に説明する。まず、基本的な原理を説明し、測定方法を説明する。

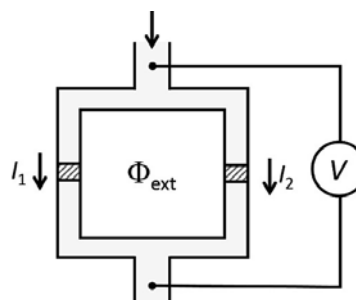


図 7 SQUID の構造. ループを形成した超伝導体に、ジョセフソン接合 (図中斜線部分) を 2 つ加工し、dc-SQUID と呼ばれる。ループに電流を流したとき、ループを貫く磁束 Φ_{ext} に依存する電圧 V が発生する。

3.1.1 dc-SQUID の動作原理

dc-SQUID は図 7 に示すような、超伝導体からなるループ構造に 2 つのジョセフソン接合を埋め込んだ素子である。SQUID を用いた測定では、ループ構造に電流を流し、発生する電圧 V を計測する。 V はループの部分を貫く磁束 Φ_{exp} に依存するため、SQUID は磁束を電圧へと変換する変換器である。磁束電圧変換はそれぞれの記号をとって $\Phi \cdot V$ 変換と呼べる。SQUID の動作原理を理解するためにまずは、図 8 (a) に示した単一ジョセフソン接合の電流電圧特性 (IV 特性) を等価回路モデルである Resistively and Capacitively Shunted Junction (RCSJ) モデルに基づいて考察する。このモデルでは、ジョセフソン接合を図 8 (b) に示すような臨界電流 I_c 、常伝導抵抗成分 R_N 、接合容量 C_J の並列結合回路によって近似的に説明するが、その電気的な特性をかなり正確に再現できる。 R_N は接合の常伝導抵抗成分であり、接合が非超伝導状態 (例えば移転温度以上) における IV 特性から測定されるものである。 C_J は 2 つの超伝導体間で働く寄生容量に相当し、主には接合断面積 A と接合の厚み d 、非超伝導層の誘電率 ϵ から並行平板コンデンサを仮定して $C_J \approx A \epsilon / d$ から見積もられる。 i_s, i_r, i_c はそれぞれの要素を流れる電流成分であり、接合を流れる正味の電流はキルヒホッフ則より $I = i_s + i_r + i_c$ である。

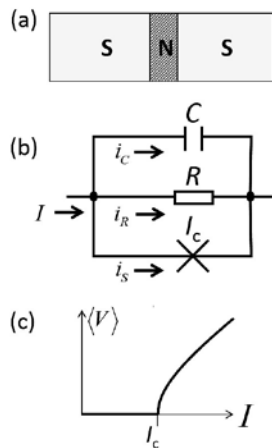


図 8 ジョセフソン接合の等価回路モデル (RCSJ モデル) と電流電圧特性。(a) SNS タイプのジョセフソン接合の構造。(b) ジョセフソン接合の RCSJ モデル。(c) ジョセフソン接合の I - V 曲線。臨界電流 I_c を超えた電流を流すと接合が電圧状態となり、直流電圧が発生する。

超伝導は巨視的量子効果であり、その状態は位相によって記述される。特にジョセフソン接合は 2 つの超伝

導体が弱く結合しており、接合を介した二つの超伝導体位相差が伝導現象を記述するパラメータである。時刻 t における位相差を $\varphi(t)$ とすると、接合両端における電流電圧は次の 2 つのジョセフソン方程式によって記述される。

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V(t), \quad (3.1)$$

$$i_s(t) = I_c \sin \varphi(t) \quad (3.2)$$

ここで、 $V(t)$ は接合に発生する電圧、 i_s は超伝導電流成分であり、 $\hbar = h/2\pi$ である。 $I < I_c$ の時、 $\varphi(t) = \text{const.}$ であり発生電圧はゼロである。このことは、接合を流れる電流が臨界電流以下では、電流はすべて散逸のない超伝導電流 i_s によって運ばれ、電圧が発生しないことを意味する。 $I > I_c$ では、超伝導電流だけでは電流を運びきれないため、接合両端に電圧が発生し、それによる常伝導電流が、抵抗成分とキャパシタンス成分を流れる。それらは、

$$i_r(t) = \frac{V(t)}{R_N} = \frac{\hbar}{2eR_N} \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad (3.3)$$

$$i_c(t) = C_J \frac{dV(t)}{dt} = \frac{\hbar}{2e} C_J \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} \quad (3.4)$$

の様超伝導位相差と対応付けられる。以上の電流成分をまとめると、

$$\frac{\hbar}{2e} C_J \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR_N} \frac{d\varphi(t)}{dt} + I_c \sin \varphi(t) = I \quad (3.5)$$

がえられ、この方程式によって RCSJ モデルにおける電流電圧特性が記述される。ここで通常のサブミクロン程度の断面積のジョセフソン接合では、 $C_J \approx 1\text{fF}$ 程度であり、現在の議論においては無視できる程度の寄与しかもたない。したがって C_J の寄与を除いた以下の近似的な式 (RSJ モデル)

$$\frac{\hbar}{2eI_c R_N} \frac{d\varphi(t)}{dt} + \sin \varphi(t) - \frac{I}{I_c} = 0 \quad (3.6)$$

によって比較的正確にジョセフソン接合の動作を理解できる。この一階の微分方程式は、積分公式に基づいて解くことができ、

$$\varphi(t) = 2 \tan^{-1} \left[\sqrt{1 - \frac{I_c^2}{I^2}} \tan \left(t \frac{eI_c R_N}{\hbar} \sqrt{\frac{I^2}{I_c^2} - 1} \right) + \frac{I_c}{I} \right] \quad (3.7)$$

である。この表式は複雑な形をしているが、周期

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{I^2}{I_C^2} - 1}} \frac{\hbar}{2eI_C R_N} \quad (3.8)$$

の関数であることがわかる。SQUID の測定では、この周期よりもずっと遅い直流成分の電圧計測を行うため、今興味があるのは平均的な電圧値である。平均値を得るために、 $V(t)$ を 1 周期にわたって平均すると、

$$\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt = \frac{\hbar}{2eT} \int_0^T \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{\hbar}{2eT} [\varphi(t) - \varphi(0)] = \frac{\hbar}{2eT} \quad (3.9)$$

である。これに、先ほどの周期を代入すると、平均的な電圧値として

$$\langle V \rangle = I_C R_N \sqrt{\frac{I^2}{I_C^2} - 1} \quad (3.10)$$

である。ここで、位相差が 1 周期で 2π 変化する性質を用いた。この結果を図示したものが図 8 (c) である。臨界電流よりも小さな電流が流れている時、超伝導電流によってゼロ電圧状態であるが、臨界電流を超えた時、両端に電圧が発生している様子が見られる。

次に、実際の SQUID 構造を理解するために、ジョセフソン接合がループ構造に 2 つ埋め込まれた図 9 (a) のような構造に対して RCSJ モデルに基づく考察を行う。SQUID の電流電圧特性は、2 つある接合それぞれにおいて両端での超伝導位相差 φ_1, φ_2 からなる連立微分方程式、

$$\begin{aligned} V &= \frac{\hbar}{2e} \left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt} \right) \\ 2\pi m &= \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} - 2\pi \frac{L_{\text{SQ}} I_{\text{circ}}}{\Phi_0} \\ \frac{I}{2} &= \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR_N} \frac{d\varphi_1}{dt} + I_C \sin \varphi_1 + I_{\text{circ}} \\ \frac{I}{2} &= \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR_N} \frac{d\varphi_2}{dt} + I_C \sin \varphi_2 + I_{\text{circ}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

によって記述される。ここで、簡単のため 2 つのジョセフソン接合の R, C および I_C の値はループの左右で等しいとした。すなわち $R_N = R_1 = R_2, C_j = C_1 = C_2, I_C = I_{C1} = I_{C2}$ である。二つ目の式は、2 つの接合の位相差の間にはループを貫く磁束によって加わる位相が付加されることを意味している。ここで、 $\Phi_0 = h/2e$ は磁束量子である。また、 L_{SQ} は SQUID 構造のループインダクタンスであり、 I_{circ} はループ電流をあらわす。高感度な SQUID の実現には、入力インダクタとの磁気的な結合を大きくする必要があるため、幾何学的に大きなループ構造の作製が不可欠であり、必然的に L_{SQ} は大きくなる。そのため実際の SQUID 動作を議論するうえで、この項の影響を無視

することは出来ない。しかし、式 (3.11) を解析的にとくことは難しく、多くはシミュレーションなどに頼って最適な設計法が研究されている。そのため SQUID の基本的な原理を理解するために $L_{\text{SQ}} = 0$ とし、RCSJ モデルと同様に $C_j = 0$ で近似した

$$\begin{aligned} I &= I_C \sin \varphi_1(t) + I_C \sin \varphi_2(t) + \frac{2V}{R_N} \\ &= 2I_C \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \sin \varphi + \frac{2\hbar}{2eR_N} \frac{d\varphi(t)}{dt} \\ &= \tilde{I}_C(\Phi_{\text{ext}}) \sin \varphi + \frac{\hbar}{2e\tilde{R}_N} \frac{d\varphi(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.12)$$

を考える。ここで

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) + \pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \quad (3.13)$$

によって新しい全体の位相を定義した。また、 $\tilde{R}_N = R_N/2$ である。この表式を式 (3.6) と比較すると、SQUID の電圧特性は磁束に依存する臨界電流

$$\tilde{I}_C(\Phi_{\text{ext}}) = 2I_C \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \quad (3.14)$$

と \tilde{R}_N で I_C と R_N とを置き換えた単一接合の RSJ モデルによって記述されることが分かる。RSJ モデルにおける時間平均の式 (3.10) と同様に計算することによって、SQUID の電流電圧特性

$$\begin{aligned} \langle V \rangle &= R_N \sqrt{I^2 - \tilde{I}_C^2(\Phi_{\text{ext}})} \\ &= 2I_C R_N \sqrt{\left(\frac{I}{2I_C} \right)^2 - \left[\cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} \right) \right]^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

が得られる。図 9(a) はこの関数を $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$ と $(n+1/2)\Phi_0$ に固定し VI 特性をプロットしたものである。 $\Phi_{\text{ext}} = n\Phi_0$ 時は、単一のジョセフソン接合の電圧状態と同様な振る舞いが観測されている。そして、 $\Phi_{\text{ext}} = (n+1/2)\Phi_0$ では、臨界電流が実効的にゼロになるため、超伝導のゼロ電圧状態が観測されなくなっている。この様に、磁束の変化に伴って臨界電流が変わるため I を固定した状態で、磁束が変化すると、それに応じて発生電圧は変化する。実際、図 9 (b) はいくつかの I に固定して、 $\langle V \rangle$ の Φ 依存性をプロットしたものである。 $I > 2I_C$ で発生電圧が周期的に振動しているが、特に I が $2I_C$ の直近にセットされているとき、変化がもっとも急峻に起きており、SQUID の Φ - V 変換効率が最もよくなっている。この様に、SQUID は Φ - V 変換を行う素子であるから、その変換効率は、

$$H = \left| \frac{\partial V}{\partial \Phi_{\text{ext}}} \right| \quad (3.16)$$

によって記述することが出来る。変換効率が最大になる

のは、 $\Phi_{\text{ext}} = (n+1/2) \Phi_0$ の時で、かつ I が $2I_c$ により近いときである。

$$\varepsilon(f) = \frac{S_V(f)}{2L_{\text{SQ}}H^2} = \frac{9k_B T L_{\text{SQ}}}{R_N} = \frac{9k_B T \Phi_0}{2I_c R_N} \quad (3.19)$$

で見積もることが出来る^{5), 6), 32)}。

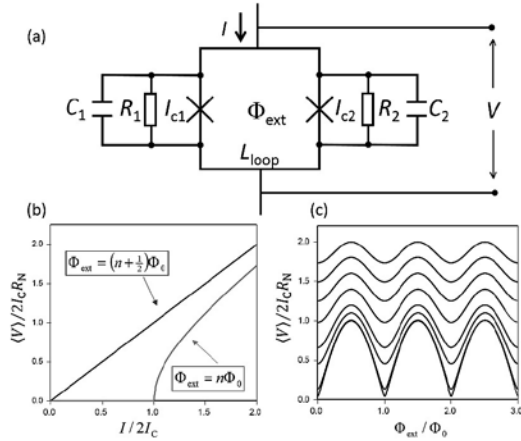


図9 SQUID の等価回路と電流電圧特性. (a) ジョセフソン接合の RCSJ モデルに基づいた SQUID の等価回路. (b) SQUID に流す電流 I による発生電圧. (c) 発生電圧の外部磁束依存性. グラフは下から、 $I/2I_c = 1.001, 1.01, 1.1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0$ と電流量を変えたもの.

SQUID の分解能を議論するうえで重要となるのは SQUID のループを貫く磁束雑音によって生じる電圧雑音である. 磁束の雑音強度スペクトル密度を S_{SQ} とした時、発生電圧雑音の雑音パワースペクトル密度は、

$$S_V(f) = H^2 S_{\text{SQ}}(f) \quad (3.17)$$

で与えられる. また SQUID の文脈では、電圧雑音よりもそれをエネルギーに換算した量が用いられることが多く、

$$\varepsilon(f) = \frac{S_{\text{SQ}}(f)}{2L_{\text{SQ}}} = \frac{S_V(f)}{2L_{\text{SQ}}H^2} \quad (3.18)$$

で与えられるように、SQUID のループインダクタンス L_{SQ} を用いてエネルギーに換算した量が用いられる. SQUID は通常磁気シールドを施して外来磁気雑音の影響がないような環境で使用されるので、SQUID の磁束雑音の起源としては外来の雑音と言うよりは、SQUID 自身で発生する電流雑音に伴う磁束の揺らぎが主である. 例えば、接合に付随する常伝導抵抗成分では、散逸のため発生するジョンソン・ナイキスト雑音(熱雑音)が支配的な雑音源と考えられており、シミュレーションなどによるパラメータの最適化を行った研究によると、

3.1.2 SQUID の測定回路

SQUID を用いた電流の測定に関して説明する. 前節、図9で説明したように、SQUID の $V-\Phi$ 曲線には、 $\Phi-V$ 変換効率を最大化できる適切なバイアスポイントが存在することに加え、非線形な形をしており大きな Φ の変化があった時に、バイアスポイントから外れてしまってゲインが非線形に変化してしまう. これを補正して、適切なバイアスポイントに保ちつつ測定するための機構として、フラックスロックドループ (FLL) が用いられる.

図10 (a) に典型的な FLL の測定セットアップを図示した. SQUID は $\Phi-V$ 変換を行うものであるので、入力磁束である. SQUID ループはデバイス上に作り込まれているため、直接磁束をここに通すわけには行かず、ピックアップコイルによって電流信号 I_{sig} へといったん変換し、それを SQUID と結合したコイルを介して磁束へと変換し SQUID の測定が出来る. また、SQUID には磁束を適切なバイアスポイントに調整するためのフィードバックコイルが設けられており、ここに室温の測定器から直流電流を流すことによってオフセットの磁束を追加する. さらに磁束によるバイアスポイントのずれを補正するための機構として、方形波発振器からの磁束変調をかけ、電圧出力のロックイン出力をフィードバックコイルに戻すようになっている. 通常、方形波としては、数百 kHz から数 MHz 程度の帯域が利用される. この動作を理解するために、2つの異なる磁束バイアスポイントで方形波による変調を加えた時の電圧出力の様子を図 (b) に示している. (a) は $\Phi_{\text{ext}} = n \Phi_0$ をオフセット、入力信号がゼロ $I_{\text{sig}} = 0$ の時、その周りで変調をかけた様子を表している. このポイントでは、磁束は左右対称な2点間で変調を行うため出力電圧は常に一定であり、したがってロックインの出力はゼロである. 一方 (b) は $I_{\text{sig}} \neq 0$ の時を示すが、有限の I_{sig} のために、磁束による変調は左右非対称に印加され、その結果出力も変調信号に同期した方形波になる. この時ロックインの出力は有限の値である. ロックインの出力はフィードバック抵抗を介して電流へと変換され、出力がゼロになる(すなわち磁束の変調が対象になる)ようにフィードバックがかかる. このフィードバックによって SQUID を常に設定したバイアスポイントの周りで動作するよう

に制御し、入力磁束に大きな変化があった場合でも常にその変化を自動的に補正して測定することが可能になる。

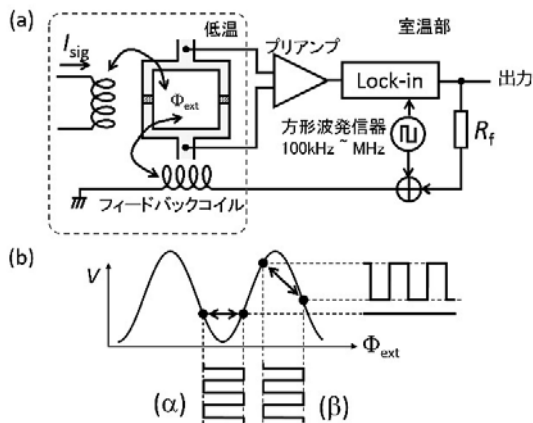


図 10 フラックスロックドロープ (FLL) による SQUID 測定. (a) FLL の測定回路. 点線で囲った領域が低温に冷却される部分. (b) FLL の動作概念図. 2 種類の方波変調を Φ_{ext} として与えた場合の SQUID の電圧 V . (α) 信号電流 $I_{\text{sig}}=0$ の時. 対象に変調されるため出力電圧はゼロ. (β) 信号電流 $I_{\text{sig}} \neq 0$ の時. 信号電流による磁束のオフセットがあるため, 非対称に変調され, 方形波上の電圧信号が出力される.

3.2 極低温電流比較器 (CCC)

3.2.1 CCC の原理

2 種類の巻き数の違うコイルを結合させることによって, 電流や電圧を巻き数比に応じて変換することが出来る. しかし, 実際にコイルを巻いて作られる変圧器は, 磁束漏れのために, 変換比は正確には巻き数比と一致しない. 極低温電流比較器 (CCC) は, 超伝導体の持つ完全反磁性の性質を利用して, 巻き数比に応じて精密に電流を増幅できる機構である³³⁾. CCC の原理を理解するために, 図 11 のような構造を考える. 超伝導体で出来たチューブに 2 つの電流が流れているとする. それぞれの電流を I_1, I_2 とする. 超伝導体は, 内部の磁場がゼロになる完全反磁性の性質を持つ. この現象は, 超伝導体の表面に遮蔽電流が流れることによって, 超伝導体内への磁束の進入を打ち消していることによって起こる (マイスナー効果). 図に示したチューブの場合, 遮蔽電流 I はチューブの内側から側面を通して外側へ回り込む. アンペールの法則によると, チューブの超伝導体内を通る図中の円 a に沿って磁束密度の線積分を行うと, 超伝導体内で磁場がゼロなので,

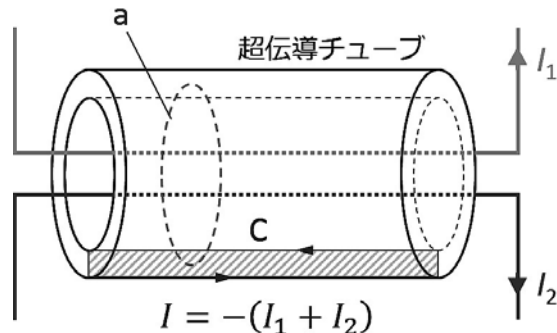


図 11 超伝導遮蔽電流の概念図. 超伝導体でできたチューブの中を 2 本の電流 I_1, I_2 が流れる時, 超伝導の完全反磁性の性質によって表面に遮蔽電流 $I = -(I_1 + I_2)$ が発生する.

$$\mu_0(I_1 + I_2 - I) = \oint_a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (3.20)$$

が成り立つ. そのため, 遮蔽電流は

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.21)$$

のように, 2 つの電流の和で与えられる. この考えを一步推し進めて, I_1 の電流が N_1 回, I_2 の電流が N_2 回逆向きに流れていたとすると, そのときの遮蔽電流は,

$$I = N_1 I_1 - N_2 I_2 \quad (3.22)$$

である. すなわち遮蔽電流がゼロ $I=0$ となる時, 2 つの電流は,

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 \quad (3.23)$$

の関係でバランスする. 図 11 のような円筒状の形状でこの原理を実装することは困難であり, 実際には, 図 12 に示したようなトロイダル状のコイルに超伝導体を巻きつけて作られる. 超伝導体で発生する遮蔽電流は, トロイダルチューブの表面を流れ, そのときにチューブの外側に磁場を発生させる. この外部磁場はピックアップコイルを介して SQUID で読み出され, 遮蔽電流の検出が出来る. 電流増幅器として使用する場合には, 増幅したい微小電流を I_1 に流し, SQUID の出力信号がゼロになるようにフィードバック電流を I_2 として流すことによって巻き数比による正確な電流増幅が可能になる. 電流増幅決めてるのは, SQUID の磁束検出効率であり, したがって低雑音な SQUID を採用することに加え, SQUID と CCC の間の結合を出来るだけ高効率にすることが必要である. 図 12 では, 内部構造を説明するためにトロイダルチューブを一部開放しているが, 実際には

は磁束漏れがないようにオーバーラップさせる（その形状は、「自分の尻尾に噛み付いた蛇」と比喻される）。

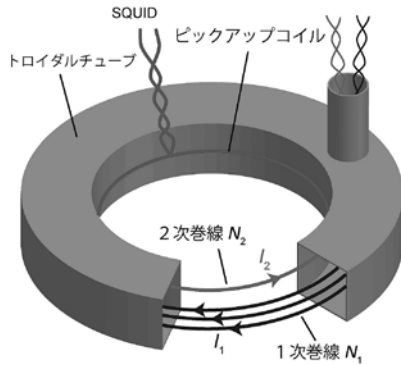


図 12 実用的な CCC の構造。異なる巻き数比 $N_1:N_2$ のコイルが超伝導体のトロイダル状のチューブで囲まれており、各コイルには逆向きに電流が流れる。トロイダルチューブに発生する遮蔽電流をチューブに沿って配置したピックアップコイルによって検出し、SQUID を利用して高精度に測定する。2つのコイルを流れる電流が巻き数比に応じてつりあった時、遮蔽電流がゼロになり、SQUID の出力もゼロとなる。

3.2.2 CCC の設計

CCC の電流増幅の精度は、QMT 実験を行う上で最終的な不確かさの大きな要因となるため、重要である。本節では、CCC の形状やピックアップの形状がどのように電流増幅の精度に結びつくかをまとめる（文献参照^{6), 33), 34)}。図 13 (a) に CCC, SQUID およびそれらを接続するピックアップコイルの等価回路を図示した。 I が CCC の超伝導トロイダルチューブ上を流れる遮蔽電流であり、 L_{CCC} はチューブ自身の自己インダクタンスである。 L_p はピックアップコイルの自己インダクタンスであり、 M はピックアップコイルとトロイダルチューブの間の相互インダクタンスであり $M=N_p L_{CCC}$ である。同様に、 L_i は SQUID の入力インダクタンスであり、 M_i で SQUID ループと結合している。 L_{SQ} は SQUID ループ自身の自己インダクタンスである。

ここで、 L_{CCC} は CCC トロイダルの幾何学的形状から見積もることが可能である：

$$L_{CCC} \cong \mu_0 a [\ln(8a/r) - 2] \quad (3.24)$$

ここで、 $r = \sqrt{WH/\pi}$ であり各パラメータは図 13 (b) で定義されている。一方ピックアップコイルは、図 12 および 13 (b) に示されるように、トロイダルチューブの内側にぴったり沿った巻き数 N_p のソレノイド型のコイルである。自由空間であれば、ソレノイドの自己インダクタンスの公式から L_p の値は導かれるはずであるが、

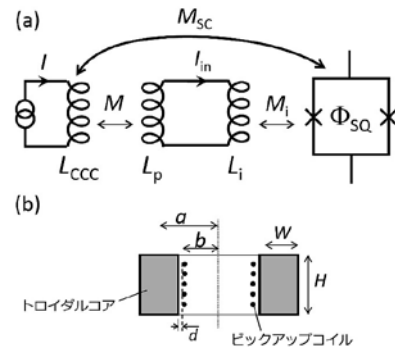


図 13 CCC・SQUID 結合。(a) SQUID による読み出しを使用した CCC の等価回路。(b) CCC のトロイダルチューブの断面とピックアップコイル。

超伝導体であるトロイダルチューブの表面近くにぴったりと巻きつけてあるため、そこからの磁気遮蔽効果によってソレノイド本来の値からは大幅に修正され、

$$L'_p \cong L_p(1 - k') + kN_p^2 L_{CCC} \quad (3.25)$$

で近似される。第一項は、 L_p をソレノイド本体の自己インダクタンスとした時に、遮蔽によってどの程度インダクタンスが小さくなるかを与える式であるが、実際にはほとんど $k' \cong 1$ であり、コイル自身の自己インダクタンスはほとんど遮蔽されてしまっ見えなくなることを意味する。第 2 項は、その遮蔽によって新しく生み出されるインダクタンス成分である。ここで、 k はピックアップコイル半径 b 、コイルとトロイダルチューブの隙間 d [図 13(b) 参照] の関数として、 $k \cong 1 - d/b$ で近似されるが、ピックアップコイルはトロイダルチューブに出来るだけ近づけることによって高い変換を得るように作製されるものなので、通常この値はほとんど 1 である。したがって、ピックアップコイルの自己インダクタンスは

$$L'_p \cong N_p^2 L_{CCC} \quad (3.26)$$

で近似できる。次に、相互インダクタンスと磁束、電流の関係から

$$IM = I_{in}(L_p + L_i), \quad (3.27)$$

$$I_{in} M_i = \Phi_{SQ} \quad (3.28)$$

がそれぞれ成り立つ。ここで、 Φ_{SQ} はピックアップコイルによって作られる SQUID への磁束入力を表す。これらに基づいて、この回路のエネルギー変換効率 I_{CCC} を次のように導入する。

$$I_{CCC} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} L_i I_{in}^2}}{\sqrt{\frac{1}{2} L_{CCC} I^2}} \quad (3.29)$$

これは、CCC トロイダルチューブとピックアップコイルそれぞれで発生した磁束エネルギーの平方根の比をとったものである。ここに、式(3.26)、(3.27)を代入し、

$$I_{\text{CCC}} = \frac{I_{\text{in}}}{I} \sqrt{\frac{L_i}{L_{\text{CCC}}}} = \frac{N_p L_{\text{CCC}}}{N_p^2 L_{\text{CCC}} + L_i} \sqrt{\frac{L_i}{L_{\text{CCC}}}} = \frac{N_p \sqrt{L_{\text{CCC}}/L_i}}{(N_p \sqrt{L_{\text{CCC}}/L_i})^2 + 1} \quad (3.30)$$

を得る。ここで $M=N_p L_{\text{CCC}}$ を用いた。この表式は、 $L'=N_p^2 L_{\text{CCC}}=L_1$ の時、最大値 $I_{\text{CCC}}=1/2$ をとる。この時のピックアップコイルの最適な巻き数は、

$$N_p^{\text{opt}} = \sqrt{\frac{L_i}{L_{\text{CCC}}}} \quad (3.31)$$

であり、実際にはこれに一番近い整数でコイルを巻くことになる。電気回路でよく知られているように、2つの回路のインピーダンス整合を取ることで両者のエネルギー伝達効率が最大化される。式(3.30)の結論は、ピックアップコイルの巻き数を変えることによってCCCとSQUIDの間でインピーダンス整合を取り、伝達効率を最大化させたことに対応する。この時のCCCの変換効率を評価する量として電流磁束変換比、

$$g_{\text{CCC}} = \left| \frac{\partial \Phi_{\text{SQ}}}{\partial I} \right|^{-1} = \frac{2}{N_p^{\text{opt}} M_i} \quad (3.32)$$

が定義される。この量は通常単位 $\text{A} \cdot \text{turn} / \Phi_0$ によってCCCの性能評価に用いられる(表1参照)。

CCCの精度を見積もるために、この回路で発生する電気的な雑音評価することが必要である。雑音の起源としては、外部からの磁束雑音(そのパワースペクトル強度を $S_{\Phi, \text{ext}}$ とする)とSQUID自身が出している雑音(S_{SQ})である。それらの寄与による雑音は、CCCの入力換算電流雑音($S_{I, \text{CCC}}$)と、

$$S_{I, \text{CCC}} = \left(\frac{S_{\text{SQ}}}{M_{\text{SC}}^2} + \frac{S_{\Phi, \text{ext}}}{L_{\text{CCC}}^2} \right) / N_{\text{CCC}} \quad (3.33)$$

によって結ばれている。ここで、 $N_{\text{CCC}} (=N_1 / N_2)$ はコイルの巻き数比でありCCCの電流増幅率に対応する。また差最適化された条件下では、SQUIDとCCCコイル間の相互インダクタンス M_{SC} は、

$$M_{\text{SC}} = \frac{M}{L'_p + L_i} M_i = \frac{M_i}{2N_p^{\text{opt}}} = \frac{k_{\text{SQ}} \sqrt{L_i L_{\text{SQ}}}}{2N_p^{\text{opt}}} = \frac{k_{\text{SQ}}}{2} \sqrt{L_{\text{SQ}} L_{\text{CCC}}} \quad (3.34)$$

である。ここで k_{SQ} はSQUIDのループと入力コイルの間の結合定数であり、 $M_i = k_{\text{SQ}} \sqrt{L_i L_{\text{SQ}}}$ で定義されている。したがって、

$$S_{I, \text{CCC}} = \left(\frac{4S_{\text{SQ}}}{k_{\text{SQ}}^2 L_{\text{SQ}} L_{\text{CCC}}} + \frac{S_{\Phi, \text{ext}}}{L_{\text{CCC}}^2} \right) / N_{\text{CCC}} = \left(\frac{8\varepsilon}{k_{\text{SQ}}^2 L_{\text{CCC}}} + \frac{S_{\Phi, \text{ext}}}{L_{\text{CCC}}^2} \right) / N_{\text{CCC}} \quad (3.35)$$

が導かれた。より高精度な電流精度を得るためには、まず N_{CCC} を大きくすること、次に低雑音なSQUIDの採用、および大きなインダクタンス L_{CCC} を持つようにトロイダルコイルの設計を行うことが重要であることが分かる。そして外部磁場を遮蔽することによってより低雑音なCCCが実現できることを意味している。

3.3.3 CCCの実装

前節で紹介した設計事例に基づいて、実際のCCCの実装例を簡単に紹介する。現在ではQMTの実現を念頭に置いて、巻き数比1万以上のCCCが作製され、いくつかの報告がある。図14はそのようなCCCの実験セットアップの1例である。前節最後に述べたように、CCCの雑音源の一つである外来磁束雑音の影響を出来るだけ小さくするため、CCCとSQUIDのセットアップを3重の磁気シールドで覆っている。外側は透磁率の大きなミューメタル系の磁気シールドであり、その内側に超伝導体の完全反磁性を利用する2重の鉛シールドで覆われている。また、その内側に置かれているSQUIDはさらに転移温度の高いニオブでシールドされている。CCCの感度を高めるには、トロイダルチューブのインダクタンス L_{CCC} を大きく設計する必要がある。しかし、磁気シールドとCCCの隙間を狭くしすぎると、磁気シールドによる遮蔽効果で L_{CCC} の値が減少する。そのため低温測定用のデュワーの径の許す限り磁気シールドの内径を大きくとることが望ましい。磁気シールド壁を考慮した L_{CCC} の値に関しては、文献³³⁾に詳しく記述されている。

1万を超える巻き数のCCCコイルは数ヘンリーに達する自己インダクタンスを持つため、配線の浮遊容量との間でLC共振回路を作ってしまうノイズを増幅してしまう。このため、高巻き数のCCC作製においては、共振を抑える工夫が必要である。初期の高巻き数CCCでは、配線抵抗による発熱を抑えるためNbTiなどの超伝導線を巻いて作られていたが、損失の少ない超伝導線は高いQ値のLC共振を持ち、共振周波数の周りで強い雑音ピークを発生させてしまうという問題があった。この問題を回避するために、最近の研究³⁶⁾では抵抗の大きなCuNi線を用いることによって、意図的にQ値を下げる工夫をしたCCCが開発されている。この研究では、異なる巻き数比のコイル間にもシールドのための金属箔を挿入し寄生容量の影響を小さくしている。

CCCはコイルの巻き数で電流比が決まる構造であるが、トロイダルチューブの隙間から磁束漏れがあった場合などに、比に誤差が生じることがある⁴²⁾。そのため、

出来上がった CCC は、巻き数比の正確さを評価する必要がある。その評価には、ビルドアップテストが用いられる。例えば、巻き数比 3 万の CCC の場合、コイルの巻き数として 1, 1, 2, 4, 10, 10, 20, 20, 40, 40, 100, 100, 200, 400, 400, 1000, 2000, 4000, 4000, 10000, 10000 のものを一つの CCC の中に作りこんでおく。初めに 1:1 のコイルに同じ電流を逆向きに流すことによって、このペアがつりあっていることを検証する。次に 2 本の 1 回巻きコイルを直列につなぎ、1+1 のコイルにして、2 回巻きコイルとの間で釣合を評価する。この釣合検証を最終的に 10000 回巻きコイルに至るまで繰り返すことによって、CCC の巻き数比の精度を評価できることになる。

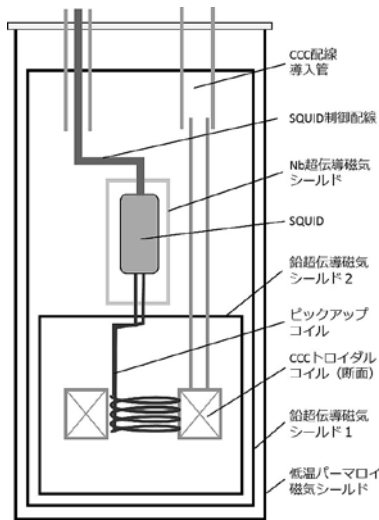


図 14 CCC の実験装置模式図。地磁気などによる磁場の影響を完全に遮断するためパーマロイ等の磁気シールドと超伝導体の完全反磁性を利用する超伝導磁気シールドによる多重の磁気シールドに収めて使用する。超伝導体の性質を利用するため、シールド全体を液体ヘリウム (4.2 K) で冷却して測定を行う。図は文献⁴⁰⁾を参考にした。

これまでに報告されている巻き数比 1 万クラスの CCC の感度、入力換算雑音を表 1 にまとめた。高巻き数比のコイル作製と低雑音 SQUID の採用により、より小さな入力換算電流雑音 $S_{I,CCC}$ を達成できている様子がわかる。

表 1 巻き数比 1 万クラスの CCC の比較

文献	巻き数比	$S_{I,CCC}$ [fA/Hz ^{0.5}]	g_{CCC} [$\mu A \cdot turn / \Phi_j$]	S_{Sq} [$\mu \Phi_j / Hz^{0.5}$]
Gay et al. ³⁷⁾	1:10000	4	5.0	6
Elmqvist et al. ³⁸⁾	2:15496	10.7	3.75	5
Deville et al. ³¹⁾	1:20000	3	5	3.1
Rietveld et al. ⁴⁰⁾	1:30000	2.1	2.3	15
Janssen et al. ⁴¹⁾	1:40960	0.5	10.7	3.2

3.3.4 CCC-SQUID 読出しを用いた量子メトロロジートライアングルの展望

最後に、これまでに記述した SQUID および CCC を用いた QMT 実験への展望として、QMT 実験を構成する回路要素における電気的な雑音を解析し、電気的な雑音を起源とした QMT 実験の不確かさに関して考察する。図 15 (a) に、CCC を電流増幅器として用いる QMT 実験のセットアップを示した。SET から量子電流 I_{SET} を増幅率 N_{CCC} で増幅し、量子ホール素子 (抵抗 R_H) へと流す。この時の発生電圧をジョセフソン素子の発生電圧と NULL 検出器によって比較する。図 (b) は等価的な雑音回路であり、 δ を冠した記号は各構成要素で発生する電流雑音、電圧雑音に対応する。このうち大きな寄与を持つのは CCC で発生する電流雑音であり、もう一つは NULL 検出器の雑音である。また、 R_{CCC} は CCC 1 次側コイルの入力抵抗である。

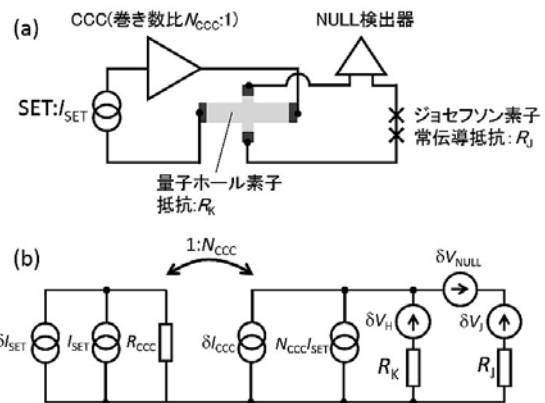


図 15 量子メトロロジートライアングルの等価雑音回路。(a) 量子メトロロジートライアングルの実験を模式的に表した回路図。ジョセフソン素子や単一電子トランジスタ素子 (SET) を駆動するマイクロ波発生装置類などは省略されている。(b) 等価雑音モデル。 δ を付した記号はトライアングルの構成する各素子で発生する電流、電圧雑音を表す。

前節まで述べた、CCCの電流雑音は、単位周波数で規格化された雑音密度である。実験で得られる電流揺らぎの大きさ $(\delta I_{\text{CCC}})^2$ は、 $S_{I_{\text{CCC}}}$ を測定周波数帯域で積分した、

$$(\delta I_{\text{CCC}})^2 = \int_{f_1}^{f_2} S_{I_{\text{CCC}}} df \quad (3.36)$$

によって与えられる。 f_1, f_2 はそれぞれ測定帯域の下端、上端であるが、SQUIDの $1/f$ 雑音などを避け、雑音がほとんど白色雑音と見なせる0.1-0.5 Hz近傍で測定されることが多い。QMTで電圧信号として出てくるのは、

$$V_{\text{QMT}} = R_{\text{H}} N_{\text{CCC}} I_{\text{SET}} \quad (3.37)$$

である。一方、同時に発生する全雑音成分は、

$$(\delta V_{\text{QMT}})^2 = 4k_{\text{B}} T_{\text{H}} R_{\text{H}} + (\delta I_{\text{CCC}})^2 R_{\text{H}}^2 + (\delta V_{\text{NULL}})^2 + (\delta V_{\text{J}})^2 \quad (3.38)$$

によって与えられる。第1項は、量子ホール素子の熱雑音である。第2項はCCCの電流雑音が量子ホール素子に流れ込んだときに発生する電圧雑音であり、第3項はNULL検出器の電圧雑音である。最後の第4項はジョセフソン接合で発生する電圧雑音を表す。これらから信号雑音比の2乗

$$(\text{SNR})^2 = \frac{(\delta V_{\text{QMT}})^2}{V_{\text{QMT}}^2} = \frac{4k_{\text{B}} T_{\text{H}} R_{\text{H}} + (\delta I_{\text{CCC}})^2 R_{\text{H}}^2 + (\delta V_{\text{NULL}})^2 + (\delta V_{\text{J}})^2}{(R_{\text{H}} N_{\text{CCC}} I_{\text{SET}})^2} \quad (3.39)$$

が得られることになる。

現実に見合ったいくつかの実験条件を仮定して、実際にどの程度の値になるかを見てみよう。量子ホール素子は、0.3 Kの冷凍機中においていたとすると、発生する熱雑音は $0.46 \text{ nV/Hz}^{0.5}$ 程度である。第2項のCCC雑音としては、 $L_{\text{CCC}} = 30 \text{ nH}$ 、マグニコン社から販売されているSQUIDの $\varepsilon = 45 h$ を用いるとする⁴²⁾。 $N_{\text{CCC}} = 10000$ として、式(3.35)からCCCの出力側で $2.8 \text{ pA/Hz}^{0.5}$ 相当の電流雑音が発生する。この雑音値は、 N_{CCC} で割って入力に換算すると $0.28 \text{ fA/Hz}^{0.5}$ であり表1の先行研究の値よりかなり優れていることがわかる。理由のひとつは、今回参照したSQUIDの雑音レベルが市販のものとしては最高クラスの $0.8 \mu \Phi_{\text{J}}/\text{Hz}^{0.5}$ であり、従来の研究よりも高感度なためである。多くの先行研究で、実際にCCCを作製するとCCC-SQUID間でインピーダンス整合が理想的でないことなどによって、その感度は式(3.35)による見積もりと比較して2, 3倍程度悪化する。ここでの試算では、2.5倍して得られる $0.7 \text{ fA/Hz}^{0.5}$ をCCCの入力換算電流雑音であると仮定する。また、NULL検出器の電圧雑音としては、文献値¹⁹⁾か

ら 5 nV を仮定する。ジョセフソンからの雑音やその他CCCコイルの抵抗から来る熱雑音はこれらに比べると無視できる程度である。そして測定の周波数帯域としては、 $\Delta f = 0.5 \text{ Hz}$ とする。SET電流としては、チューナブルバリア方式の単一電子転送で現在最も高い精度が得られている値 $I_{\text{SET}} = 80 \text{ pA}$ (文献値²⁴⁾)を用いると、信号雑音比として $\text{SNR} = 4.3 \times 10^6$ が得られる。実際の実験では、統計的に独立な測定を繰り返すことによって平均をとり不確かさを小さくする。統計平均による不確かさは、

$$u_f = \frac{\text{SNR}}{\sqrt{N_{\text{rep}}}} \quad (3.40)$$

によって見積もることが出来る。ここで N_{rep} は繰り返し回数である。今の見積もりではQMT実験の精度を7桁以上にするためには $N_{\text{rep}} > 1850$ 回であればよく、一回の測定は大体1分以内で終了するため、31時間程度の積算時間で目標を達成できる試算であり現実的と言える。さらにもう一桁精度を高めた8桁精度を目指すならば、約130日間の積算が必要になる。これは不可能とは言えないが、より実用的な時間内で収束させるためにCCCの巻き数を増やすことで電流増幅率を改善し、信号雑音比を改善するほうが賢明である。

4 結論

本調査研究では、電気標準に用いられる3つの量子現象、すなわち量子ホール効果、ジョセフソン効果、単一電子トンネリング効果を組み合わせて行うQMT実験に関して調査を行った。特に、現状の量子電流では生成できる電流値が高々数百ピコアンペア程度であることから、SI改定などで求められる7桁精度を達成するためには精密な電流増幅を利用する実験セットアップが必要になる。特に極低温電流比較器(CCC)とSQUIDによる検出方法を用いるトライアングル実験が有望視されている。本報告書では、SQUIDとCCCの基本原理を記述し、特にQMT実験で不確かさの原因となる電気的な雑音に関し詳しく記述した。それらの知見をもとにした見積もりでは、1万以上の巻き数比を有するCCCを利用することで現実的な積算時間で目標である7桁精度に到達可能であるという試算を得た。これらの知見は、今後高精度なQMT実験セットアップを構築するうえで重要な指針を与えると思われる。QMT実験の高精度なデモンストレーションによって新SIに向けた整合性の検証実験に寄与することで、高精密な計測技術のもとに成り立っている現代の産業界などへ貢献することが出来る。

謝辞

本調査研究を行うにあたり物理計測標準研究部門の金子晋久様、浦野千春様、浦野千春様、堂前篤志様、丸山道隆様、大江武彦様、中村秀司様には有益な情報をいただきました。また報告書に関してコメントを頂いた山田善郎様に感謝いたします。

参考文献

- 1) 遠藤 忠, 新しい電気の量子標準—ジョセフソン効果電圧標準と量子ホール効果抵抗標準—, 応用物理 59-6, 712 (1990) .
- 2) M. W. Keller, Metrologia 45 102 (2008) .
- 3) H. Scherer, B. Camarota, Meas. Sci. Technol. 23, 124010 (2012) .
- 4) N. Kaneko and T. Oe, Quantum metrology Triangle, 応用物理 83, 5 (2014) .
- 5) The SQUID Handbook, vol.1 Edited by J. Clarke and Alex I. Braginski, Wiley-vch (2004) .
- 6) The SQUID Handbook, vol.2 Edited by J. Clarke and Alex I. Braginski, Wiley-vch (2006) .
- 7) P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell, CODATA 2010, Rev. Mod. Phys. 84, 1527 (2012) .
- 8) 24th meeting of the General Conference on Weights and Measures (2011) available at <http://www.bipm.org/en/CGPM/db/24/1/>.
- 9) C. A. Hamilton, Rev. Sci. Instrum. 71, 3611 (2000) .
- 10) 丸山 道隆, 産総研計量標準報告 8, 263 (2011) .
- 11) R. Behr, H. Schulze, F. Muller, J. Kohlmann, and J. Niemeyer, IEEE Trans. Instrum. Meas. 48, 270 (1999) .
- 12) B. Jeanneret, A. Rufenacht, and C. J. Burroughs, IEEE Trans. Instrum. Meas. 50, 188 (2001) .
- 13) J.-S. Tsai, A. K. Jain, and J. E. Lukens, Phys. Rev. Lett. 51, 316 (1983) .
- 14) A. K. Jain, J. E. Lukens, and J.-S. Tsai, Phys. Rev. Lett. 58, 1165 (1987) .
- 15) W. Poirier and F. Schopfer, Eur. Phys. J. Special Topics 172, 207 (2009) .
- 16) A. Hartland, K. Hones, J. M. Williams, B. L. Gallagher, and T. Galloway, Phys. Rev. Lett. 66, 969 (1991) .
- 17) B. Jeckelmann and B. Jeanneret, Rep. Prog. Phys. 64, 1603 (2001) .
- 18) B. Jeckelmann, B. Jeanneret, and D. Inglis, Phys. Rev. B 55, 13124 (1997) .
- 19) T. J. B. M. Janssen, J. M. Williams, N. E. Fletcher, R. Goebel, A. Tzalenchuk, R. Yakimov, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, and V. I. Fal'ko, Metrologia 49, 294 (2012) .
- 20) K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim, A. K. Geim, Science 315, 5817 (2007) .
- 21) F. Guinea, M. I. Katsnelson, and A. K. Geim, Nat. Phys. 6, 30 (2010) .
- 22) N. Levy, S. A. Burke, K. L. Meaker, M. Panlasigui, A. Zettl, F. Guinea, A. H. Castro Neto, M. F. Crommie, Science 329, 544 (2010) .
- 23) 中村 秀司, 産総研計量標準報告 vol8, 441 (2013) .
- 24) M. Seo, Y.-H. Ahn, Y. Oh, Y. Chung, S. Ryu, H.-S. Sim, I.-H. Lee, M.-H. Bae, and N. Kin, Phys. Rev. Lett. 90, 085307 (2014) .
- 25) M. W. Keller, A. L. Eichenberger, J. M. Martinis and N. M. Zimmerman, Science, 10, 1706 (1999) .
- 26) M. W. Keller, N. M. Zimmerman, and A. L. Eichenberger, Metrologia 44 505 (2007) .
- 27) J. R. Williams, R. N. Ghosh and J. M. Martinis, J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol. 97 299 (1992) .
- 28) M. W. Keller, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman, and A. H. Steinbach, Appl. Phys. Lett. 69, 1804 (1996) .
- 29) H. Scherer, S. V. Lotkhov, G-D. Willenberg and B. Camarota, IEEE Trans. Instrum. Meas. 58, 997 (2009) .
- 30) B. Camarota, H. Scherer, M. W. Keller, S. V. Lotkhov, G-D. Willenberg and F. J. Ahlers, Metrologia 49, 8 (2012) .
- 31) L. Devoille, N. Feltin, B. Steck, B. Chenaud, S. Sassine, S. Djordevic, O. Séron, and F. Piquemal, Meas. Sci. Technol. 23, 124011 (2012) .
- 32) R. Gross and A. Marx, Applied Superconductivity Josephson Effect and Superconducting Electronics, Walther-Meißner-Institut (2005) .
- 33) B. Porcar, M. Elena, Cryogenic current comparators with optimum SQUID readout for current and resistance quantum metrology, thesis

- University of Twente (2002) .
- 34) J. Sesé, A. Camon, C. Rillo, and G. Rietveld, IEEE Trans. Instrum. Meas. 48, 1306 (1999) .
- 35) J. Sesé, E. Bartolomé, A. Camó, J. Flokstra , G. Rietveld, and C. Rillo, IEEE Trans. Instrum. Meas. 48, 1306 (1999) .
- 36) G. Rietveld, P. de la Court, and H. E. van den Brom, IEEE Trans. Instrum. Meas. 58, 1196 (2009) .
- 37) F. Gay, F. Piquemal, and G. Genevès, Rev. Sci. Instrum. 71, 4592 (2000) .
- 38) R. E. Elmquist, E. Hourdakis, D. G. Jarrett, and N. M. Zimmerman, IEEE Trans. Instrum. Meas. 54, 525 (2005) .
- 39) N. Feltin, L. Devoille, F. Piquemal, S. V. Lotkhov, and A. B. Zorin, IEEE Trans. Instrum. Meas. 52, 599 (2003) .
- 40) G. Rietveld, E. Bartolomé, J. Sesé, P. de la Court, J. Flokstra, C. Rillo, and A. Camón, IEEE Trans. Instrum. Meas. 52, 621 (2003) .
- 41) T. J. B. M. Janssen, and A. Hartland, Physica B 284-288, 1790 (2000) .
- 42) H. Seppä, IEEE Trans. Instrum. Meas. 39, 689 (1990) .
- 43) D. Drung, C. Aßmann, J. Beyer, A. Kirste, M. Peters, F. Ruede, and Th. Schurig, IEEE Trans. Appl. Supercond. 17 (2007) .