光格子時計の応用に関する調査研究

赤松大輔* (平成21年12月7日受理)

A survey on applications of an optical lattice clock

Daisuke AKAMATSU

Abstract

The invention of the optical frequency comb has pushed forward the research on optical clocks. "Optical Lattice Clock", which is invented in Japan, is one of the promising candidates for the redefinition of the second in the future. In this report, we describe the basics and current status of the research on the optical lattice clocks. The uncertainty of the optical lattice clocks is expected to reach 10^{-18} . We also describe the contributions of such ultra-precision metrology to geodesy and basic physics.

1. はじめに

古来より「時間」は、人類の日々の活動の中で中心的 な役割を果たしてきた. 文明が発達し、単に食料を自然 に追い求めるだけでなく、自ら積極的に生産する農業と いう文化が生まれた時、適切な時期に種を蒔き収穫を行 うことは安定した食料確保のために重要なことであっ た.ただし、この要求を満たすのに1秒という時間の精 度は無意味であったであろう. さらに文明が発達し、人 類は自らの大地を海の向こうへ求めるようになった. 隣 の大陸へ新天地を求める際には船で海を渡らなければな らないが、安全な航海のためには出発地と目的地と自分 の位置関係を日々把握している必要がある.しかし、い ったん海に出てしまえば標識どころか目印になるものは 皆無である. そこで航海士たちは,太陽や夜空の星を参 考に自分の位置を決定した.緯度に関しては、北極星の 南中高度などを測定することで求める事が出来るが、経 度に関しては,星の高度と出発地の時刻を正確に知る必 要がある.しかし、大航海時代、大西洋を安全に横断す るのに十分な精度をもつ時計は存在せず、数多くの悲劇 を引き起こした.そこで1714年,英国議会は,経度の 正確な測定方法を発見したものに多額の賞金を与えると いう懸賞を行った.この際要求された時計の精度は、お

* 計測標準研究部門 時間周波数科 波長標準研究室

よそ1日あたり3秒以内の不確かさであった¹⁾. この精 度に到達するには、気温などの環境の変化に耐え、摩擦 が極力小さいような機構にするなど多くの困難を克服す る必要があった.事実、かのI. Newtonですら、このよ うな時計を生み出すことは不可能であると考えていたよ うである.時計職人のJ. Harrisonは、スノコ型振り子や グラスホッパー脱進器、テンプなどのオリジナリティー あふれる機構を考えだし、要求された精度を超える時計 (H1~H4)を生み出すことに成功した.彼の集大成と もいえるH4の大きさは15 cm程度で、重さは1 kgをわ ずかに超える程度のものであった.精度の高い時計を手 にした英国は、経度の決定に関してイニシアチブをと り、グリニッジ天文台に子午線をひき、その後7つの海 を支配する国として世界のリーダーとなった.

このように時計の精度の要求というのは、時の流れと ともに高まっている.より正確な時間を実現するため、 天体の運行を基に決める方法から、原子を用いる方法(セ シウム原子時計)へと進化してきた.すなわち、時の番 人の役割は天文学者から原子物理学者へと移り変わった のである.原子物理学者たちは時計の精度向上に努め、 その精度はおよそ5×10⁻¹⁶@10⁶ sに達している²⁾.さら に光周波数コムの発明により光周波数を利用した「光時 計」の研究が盛んになり、近年ではセシウム時計を凌駕 する性能が実証されている³⁾.そのような光時計の中で も東京大学の香取が提案した「光格子時計」⁴⁾は、最も 有力なアイデアの一つであり盛んに研究が行われている 5⁾⁻¹²⁾.近い将来,光格子時計の精度は10⁻¹⁸に達すると期 待されている.本稿では,光格子時計の原理と現状につ いて述べ,驚異の超精密計測が生み出す未来の展望につ いて述べる.

まず,第2節で原子時計の歴史と現状について述べる. そして現在実証されている3種類の光時計について述べ, 光格子時計の優位性について簡単に述べる.第3節にお いて光格子時計の原理を紹介し,世界と産総研の現状に ついて概観する.第4節では光格子時計の開く世界(応用) として,測地学への応用と基礎物理定数の恒常性の検証 に関する実験について述べる.そして,第5節で秒の再 定義への道のりについて述べ,第6節で結論と今後の展 望について述べる.

2. 原子時計の歴史と現状

時計は3種類の構成要素(発振器,カウンター,基準) からなる.発振器には何らかの周期的な物理現象が利用 される. 振り子時計の場合には, 振り子であり, 腕時計 の場合にはテンプと呼ばれる、ねじり振り子や水晶発振 器である.原子時計の場合には、マイクロ波発振器が用 いられる¹³⁾.発振器の持つ周期的な物理現象を数えるの がカウンターの役割である. 振り子時計や腕時計の場合 には、内部のギア部がその役割を担う. マイクロ波発振 器の場合には、振動数が大きいため機械的なカウンター ではなく、電気的なカウンターにより電磁波の振動数を 計測する.発振器の周波数は安定であることが望ましい が、徐々にその周波数は変化(ドリフト)してしまう. そこで何らかの安定な基準によりずれを検知し、周波数 が一定になるように発振器にフィードバックする必要が ある. 秒の定義のための基準として、1967年までは天 体の運行(地球の自転や公転)を利用していたが、現在 ではセシウム原子の基底準位の超微細構造間の遷移周波 数が用いられている.

実現された時計の"良さ"を評価する一つの指標とし て、"周波数安定度"がある。周波数安定度を表す尺度 としては、しばしば"アラン標準偏差"という量が用い られる¹⁴⁾.特に、原子時計の場合、いわゆる短期の安定 度に関しては信号検出におけるショットノイズ(散射雑 音)が重要であり、その領域におけるアラン標準偏差は 近似的に

$$\sigma_{y}(\tau) = \langle \frac{\Delta \nu}{\nu_{0}} \rangle_{\tau} \propto \frac{\delta \nu}{\nu_{0}} \frac{1}{\sqrt{N \times \tau}}$$
(1)

と書くことができる¹⁵⁾. ここで ν_0 , $\delta \nu$, N, τ はそれぞ れ発振周波数,基準としている遷移の線幅,原子数,積 算時間を表す.式(1)からわかるように、規格化した周 波数偏差 $y = \Delta \nu / \nu_0$ に関して、同じ $\Delta \nu$ 、例えば1 Hzに対 して, ν₀が大きければアラン標準偏差が小さくなる(安 定度は良くなる)ことが分かる. すなわち, 時計に用い る発振器の周波数を上げることで、短期の安定度を向上 させる事が可能である.セシウム原子時計の場合,¹³³Cs 原子の基底状態の超微細構造間の遷移周波数 9.192 631 770 GHz が発振周波数として用いられている が、これを光周波数領域である1 PHz 程度まで引き上げ る事が出来れば、安定度を5桁程度向上させられる. 1999年までは光周波数を容易に測定するカウンターは 存在せず、周波数チェーンと呼ばれる複雑な方式¹⁶⁾に よってしか,光周波数を測定する方法はなかった.しか しながら,1999年に超短パルスレーザーを用いることで, 光周波数軸上に一定の周波数間隔を持つ光周波数コムが 発明¹⁷⁾⁻²⁰⁾され、比較的容易な方法で光周波数を測定す ることが可能となった.2005年のノーベル物理学賞は「光 周波数コムを用いた周波数測定技術への貢献」により, T. W. Hänsch と J. L. Hall に与えられた²¹⁾. この光周波数 コムの発明により、夢物語であった「光時計」の研究は 加速的に進み、2007年にはセシウム時計の精度と同等 程度にまで達した.(図1)

原子の遷移周波数を基準として用いる原子時計の場 合,基準となる遷移周波数(時計遷移周波数)は、原子 が「無摂動状態にあるとき」のものである.そのため基 準の満たすべき条件としては、いかに無摂動状態(に近 い状態)を実現するかということになる.当初、光時計 の基準としては、①レーザー冷却された中性原子集団、 もしくは、②イオントラップ中の単一イオンが候補とし



図1 各種原子時計の不確かさ低減の歴史. 三角がセシウム原 子時計, 丸がイオン時計 (⁸⁸Sr⁺, ¹⁷¹Yb⁺, ¹⁹⁹Hg⁺), 四角 が⁸⁷Sr 光格子時計を表す. 各直線は指数関数による近似 曲線である.

1	中性原子集団時計 (Ca)	単ーイオン時計 (Hg ⁺ , Yb ⁺ , Al ⁺ , …)		
::	衝突シフトあり	\odot	衝突シフトなし	
٢	ドップラー・反眺シフトあり (ラム・ディッケ効果なし)	\odot	ドップラー・反眺シフトなし (ラム・ディッケ効果あり)	
٢	N=10 ⁶ (粒子数大)	:	N=1(粒子数小)	

表1 中性原子集団時計と単一イオン時計の長所と短所

て考えられ研究の中心にあった(表1).

レーザー冷却された中性原子集団を用いる場合,原子 が多数存在(N≈10⁶)するため,周波数安定度の面で は単ーイオン(N≈1)を用いる②の手法よりも優れて いる.しかしながら,1)原子の運動によるドップラー 効果,2)光子の反眺による効果,3)原子間衝突などの ため,無摂動状態の原子集団を用意する事は困難であ る.そして,これらの要素は全て時計周波数の不確かさ 要因となり時計の精度向上を阻む.

一方,②の方法では、単一イオンを自身の放射(吸収) する波長よりも狭い領域に閉じ込めることで、1)原子 の運動によるドップラー効果や、2)光子の反跳による 効果を取り除く事が出来るラム・ディッケ効果²²⁾と呼 ばれる現象を利用している.また、単一の粒子による手 法であるため、基準となる粒子同士の衝突は存在しな い.しかしながら、周波数安定度の評価関数である式 (1)を考慮すると、粒子数が少ない(N=1)ことは周波 数の(短期的な)周波数安定度に対して決定的な欠点と なる.

このように、①、②の手法に関しては一長一短の面が あり、どちらが決定的に優れているとは言えない.「多 数の原子を一個ずつ狭い領域に閉じ込める」事が出来れ ば、二つの長所をとり短所を取り去ることが可能であ る.このようなアイデアを実現する手法として2001年 に「光格子時計」が、東京大学の香取助教授により提案 ⁴⁾された.そしてわずか2年後に予備的な実験に成功し ²³⁾、さらに産総研と共同で光格子時計の実証実験⁵⁾に成 功した.

光時計の中では後発であった光格子時計も,2009年 にはその相対周波数不確かさは8.6×10⁻¹⁶まで低減され ²⁴,他の光時計と同等以上の性能を有するようになった. 光格子時計は、その他の光時計のメリットを併せ持ち、 デメリットを打ち消した方法であり、今後さらなる性能 の向上が期待される.このような光格子時計の原理につ いて次節で簡単に紹介する.

3. 光格子時計の原理と現状

光格子時計の原理については安田の報告が詳しい²⁵⁾. 本稿では、その中でも重要な光格子時計に特徴的な光定 在波によるトラップと魔法波長について述べる.

3.1 光定在波光トラップ

長い相互作用時間を確保するためには、基準となる原 子を捕獲(トラップ)しておく必要がある.電気的に中 性な原子の場合、レーザーによる電磁場により電気双極 子を誘起し、その電気双極子とレーザーとの相互作用に よりトラップすることが可能である²⁶⁾.これは、電磁場 の摂動に対して2次の摂動効果である.角周波数 ω の電 磁場 $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ と相互作用する原子を考える.この 時、状態[g)のエネルギーシフトは

$$\Delta E_{\rm g} = -\frac{1}{2} \alpha(\omega) \langle \mathcal{E}(t)^2 \rangle \tag{2}$$

とかける. ここで, (…)はサイクル平均を表し,

$$\alpha(\omega) = \frac{2}{\hbar} \sum_{n} \frac{\omega_{ng}}{\omega_{ng}^2 - \omega^2} |\langle \mathbf{e}_n | d | g \rangle|^2$$
(3)

は双極子分極率である.ただし、 ω_{ng} 、 $(e_n|d|g)$ はそれ ぞれ、 $|g\rangle$ - $|e_n\rangle$ 間の遷移角周波数、双極子モーメントを 表す.これを波長で表現すると、

$$\alpha(\lambda) = \frac{2}{hc} \sum_{n} \frac{\frac{1}{\lambda_{ng}}}{\frac{1}{\lambda_{ng}^2} - \frac{1}{\lambda^2}} |\langle \mathbf{e}_n | d | \mathbf{g} \rangle|^2 \tag{4}$$

となる. 簡単のため |g), |e)からなる2準位原子を考える. $\omega_{eg} > \omega$ ($\lambda_{eg} < \lambda$) のとき $\Delta E_g < 0$ であり,レーザーの強 度の強い領域に向かって力が働く.ここで例として,ス トロンチウム原子の基底状態 ¹S₀から励起状態 ¹P₁の遷移 (波長461 nm,線幅30 MHz)のみを考慮し,800 nmの 光で原子を ¹S₀にある原子をトラップすることを考える. ¢100 µmに集光した1 Wのレーザー光によるポテンシャ ルの深さは $\Delta E_{1S_0} = 6.4 \times 10^{-29}$ Jとなる.これは温度に 換算すると5 µK という非常に浅いトラップではあるが, スピン禁制遷移を用いたレーザー冷却により冷却された 原子(1 µK)をトラップすることは十分可能である.

さらにイオントラップのように、ラム・ディッケ効果 によるドップラーシフトや反眺シフトの除去を利用する ために、光定在波の腹に原子をトラップすることを考え る.対向する2本のレーザー光による定在波の電場の空 間分布は

$$\mathcal{E}(z,t) = \mathcal{E}_0 \big(\cos(kz - \omega t) + \cos(-kz - \omega t) \big)$$
(5)

と書ける. このような光によるエネルギーシフトは式(2)より

$$\Delta E_{\rm g} = U(z) = U_0 \frac{1 + \cos 2kz}{2} \tag{6}$$

となる. ここで, $U_0 = -\frac{1}{2}\alpha(\omega)(2\epsilon_0^2)$ は, 定在波の腹の 位置でのポテンシャルの深さである. 式(6)より, 空間 的に変調のかかったトラップができていることがわか る. 式(6)を定在波の腹の部分 (z = 0) の周りで展開す ると,

$$U(z) = U_0 - \frac{1}{2}(2U_0k^2)z^2 + o(z^4)$$
⁽⁷⁾

となり, トラップされている原子の質量をmとすると, 振動角周波数

$$\Omega = k \sqrt{\frac{2U_0}{m}} \tag{8}$$

の調和振動子ポテンシャルが形成されていると考える事 が出来る.ここでmは原子の質量である.このような調 和振動子型のトラップの最低振動状態に原子がいる時, その振動の振幅(波動関数の広がり)は

$$d = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}} \tag{9}$$

である. すなわちトラップ周波数を大きくする(光の強 度を大きくする)ことで,原子を非常に狭い領域に閉じ 込める事が可能である.

先ほどの例で出した光をミラーで折り返して作った定 在波を考えると、定在波でのトラップ周波数は $2\pi \times 74 \text{ kHz}$ であり、振動の振幅は28 nmとなる.よって 時計遷移 ($^{1}S_{0}$ - $^{3}P_{0}$)の波長698 nmに比べて、非常に狭 い領域にトラップされていることがわかる.ラム・ディ ッケパラメータηは時計遷移の波数 k_{clock} を用いて

$$\eta \equiv k_{\rm clock} d \tag{10}$$

で定義される.上述の例の場合,η=0.25となり,ラ ム・ディッケ束縛条件η<1を満たし,ドップラーシフ トと反眺シフトを除去できる事が示せる.簡単のため1 次元的のみを考えたが3次元に拡張することは容易で, その場合原子間の衝突による効果も除去することができる*.

3.2 "魔法波長"

前節で、レーザー冷却された原子集団を光定在波による光トラップにより、ラム・ディッケ束縛することが可能であることを示した.ここで、トラップするためのエネルギーシフトは、基準となる時計遷移(¹S₀-³P₀)に対しても遷移周波数のシフトを引き起こす. λ_{trap}の光でトラップされている原子の時計遷移の周波数は

$$\nu_{\text{clock}} = \nu_0 - \frac{1}{2} \Big(\alpha_{{}^{1}S_0}(\lambda_{\text{trap}}) - \alpha_{{}^{3}P_0}(\lambda_{\text{trap}}) \Big) \langle \mathcal{E}(t)^2 \rangle \quad (11)$$

であり,一般には,無摂動状態の原子スペクトルに対し, 時計遷移として用いられる上下準位のシュタルクシフト の差に対応する周波数シフトが引き起こされる.このた め,光の強度の時間的・空間的変化に時計遷移の周波数 が変化してしまい,大きな不確かさ要因になる.しかし ながら,香取はトラップするための光の波長を適当に選 ぶことで

$$\alpha_{{}^{1}S_{0}}(\lambda_{\text{magic}}) = \alpha_{{}^{3}P_{0}}(\lambda_{\text{magic}})$$
(12)

とすることが可能であること示した^{27), 28)}. $\lambda_{trap} = \lambda_{magic}$ のとき,原子はレーザーによりトラップされているにも関わらず,時計遷移の周波数は変化しない.まさにこの魔法のような波長の値は,ストロンチウムの場合813 nmであり,イッテルビウムの場合759 nmであることが実験的に示されている.この他,いくつかの原子について魔法波長が計算されているが,計算には原子のあらゆる遷移の遷移強度のデータが必要になるため,最終的には実験的に決めるより他ない.

最新の研究成果で特筆すべきこととして "Bluedetuned magic wavelength"の実証がある²⁹⁾. 式(2)では 電場の3次以上の効果を無視したが,厳密には光の強度 *l*の2次,すなわち電場の4次以上の項も存在し,シュタ ルクシフトによるエネルギーシフトは

$$\Delta E = -\Delta \alpha I - \Delta \beta I^2 + o(I^3) \tag{13}$$

と書くのが正しい. ここで $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$ はそれぞれ上下準位 の双極子分極率,超分極率(hyperpolarizability)の差で ある. マジック波長の条件,式(12)は双極子分極率を打 ち消すことを意味しているが,それ以上の高次の効果は

^{*} 原子がフェルミオンである場合,極低温領域では、パウリの排他原理より散乱は抑圧されている.一方ボゾンの場合、3次元ポテンシャルに閉じ込める事が必要となるが、極低温原子ガスの密度は、通常高々10¹² cm³と非常に希薄であるため、同一のポテンシャルに2個以上の原子がトラップされることはほとんど無視できる.

依然として残るため、周波数の不確かさ要因となる.ある種の原子状態に対しては、光の偏光を選ぶことによりに超分極率による効果も消すことができる³⁰⁾が、一般的に超分極率によるシュタルクシフトの不確かさを低減する方法としては、光の強度を小さくするしかない. 3.1.では、定在波の腹の位置に原子がトラップされる条件を議論したが、 $\lambda_g > \lambda_{trap}$ と選ぶことで $\Delta E_0 > 0$ となり、レーザーの強度の弱い領域に向かって力が働き、定在波の節の位置、すなわち電場強度が0の位置をポテンシャルの極小値にすることが可能である.このように、原子が光の強度の極小値にトラップされるような条件で、

$\alpha_{{}^{1}S_{0}}(\lambda_{\text{magic}}) = \alpha_{{}^{3}P_{0}}(\lambda_{\text{magic}})$ (14)

を満たすような波長があれば、不確かさを低減することが出来る. 香取らのグループは、ストロンチウムの場合、このような波長領域が389 nmにあることを実験的に示した. この波長でトラップされた光格子時計の場合、シュタルクシフトによる不確かさは10⁻¹⁹と見積もられ、非常に小さく抑える事が出来る.

魔法波長による光定在波トラップにより,「多数個」 の原子を一つずつ狭い領域に閉じ込め、かつ無摂動状態 に近い周波数スペクトルを観測することが可能である. 上記の議論では,残留磁場,黒体放射,重力場などの影 響を考慮しなかった. 例えば, 黒体放射による影響とい うのは、トラップされた原子集団を取り囲む物質が発生 する黒体放射(熱輻射)によるものである.この輻射は わずかながら、時計遷移の周波数をシフトさせる、原子 集団を取り囲む物質の温度分布を正確に知ることが困難 であり、またある温度分布に対応する周波数シフト量を 正確に見積もることが困難であることが、時計遷移の周 波数測定の不確かさを引き起こす.最新のJILA-NISTの 実験結果においては、この黒体放射が主な不確かさ要因 となっている²⁴⁾.黒体放射による不確かさは温度の3乗 に比例するため、温度を低くすることで低減する事が可 能である.実際,真空チャンバー中に液体窒素などで冷 やした領域を用意し、その中で時計遷移の周波数を決定 する実験が各研究機関で進められている.

3.3 世界と産総研の現状

2001年の香取の提案⁴⁾を皮切りに,世界各国で熾烈 な開発競争が繰り広げられた.まず⁸⁷Srを用いた実証に 成功したのは東京大学と産総研グループであり,世界に 大きなインパクトを与えた⁵⁾.その後,すぐに米国 JILA-NIST⁶⁾と仏国SYRTE⁷⁾も開発に成功した.現在, 光格子時計の中で最も開発が進んでいるSr光格子時計 であるが、これら3機関の周波数値はおよそ15桁の精度 で一致している.各国、様々な工夫を行い高い精度の周 波数計測を行っている.JILA-NISTやSYRTEは同じ場所 に原子泉型セシウム原子時計を所有している一方、我が 国では産総研がセシウム原子時計を有し、Sr光格子時計 はおよそ50 km離れた東京大学の本郷キャンパス(香取 研究室)に設置されている.このため、周波数測定のた めにGPS衛星^{8),31)}や光ファイバーリンク³²⁾等を用いる 工夫を行っている.光格子時計の周波数計測という観点 から見ると不利を負っているといえるが、ここで実証さ れた技術は将来的に高精度の周波数伝送を行うために必 須であり、重要な研究である.最近になり、東京大学は ⁸⁸Sr-3次元光格子時計の開発に成功し、⁸⁷Sr光格子時計 との周波数比較を行った¹⁰⁾.

光格子時計の技術は,一般にアルカリ土類原子やアル カリ土類と似た構造をもつ原子に適用可能である.特に その中でも比較的簡単な構造をもつ¹⁷¹Yb(I=1/2)や黒 体輻射の影響が小さいHgの実現は重要視されていた. その中,産総研が¹⁷¹Ybの光格子時計の開発に成功した ¹¹⁾.Sr光格子時計同様,この競争も熾烈であり,産総研 の論文が出版された2ヶ月後にNISTの同様の実験結果 が出版された¹²⁾.これらの独立な実験結果も14桁の精 度(主に産総研の測定不確かさの範囲内)で一致してい る.

水銀の光格子時計は東京大学,SYRTEなどを中心に 開発が進められている.東京大学が水銀の磁気光学トラ ップに成功した³³⁾半年後には,SYRTEのグループが時 計遷移の分光に成功する³⁴⁾など猛烈な勢いで開発が進 んでいるため,数年も待たず実現されると期待される.



図2 現在産総研で開発中の⁸⁷Sr光格子時計用真空チャンバー. 真空チャンバーの後ろに見えているのが¹⁷¹Yb光格子時計 の実験装置である.

日進月歩の勢いで開発が進む光格子時計は、セシウム 原子時計による定義の実現の不確かさが主な不確かさ要 因になってきている.そこで米国のグループ (JILA-NIST)はSr光格子時計を他の光時計(Ca中性原子光時計) で測定した結果を報告している³⁵⁾.得られた周波数安定 度は1×10⁻¹⁶であり、彼らの所有するセシウム原子時計 の性能を超えている.第5節で述べる秒の再定義におい てセシウム原子時計の果たす役割は大きく、その高精度 化が重要であることはもちろんであるが、今後はこのよ うな光時計同士の周波数比較も重要になってくる.産総 研ではYb光格子時計に引き続きSr光格子時計の開発に 着手した(図2).成功すれば同一部屋内での光格子時 計の周波数比較が可能となり、非常に精度のよい評価が できると期待される.

4. 光格子時計の目指す世界

精度のよい時計は人類の文明の発達とともに要求さ れ,精度のよい時計により人類の文明も発達してきた. 光格子時計が現在期待される限界の精度は10⁻¹⁸である. これは,地球上でおよそ1 cmの高さの違いによる重力 ポテンシャルに相当する.また,人が歩行により並進運 動する事による時間の遅れはおよそ10⁻¹⁸程度であり, 光格子時計により検出可能である.

このように,驚異の感度を持つ時計は,様々な分野(原 子物理学,基礎物理学,環境学,海洋学,気象学,地質 学,測地学,土木工学等)への貢献が期待されている. 本稿ではその中でも,1)測地学への応用,2)基礎物理 定数の恒常性の検証という2点に関して述べる.

4.1 地球ジオイドの精密計測

測地学のテーマは地球重力場と等重力ポテンシャル面 の一つであるジオイドの精密な測定である.地球上の重 力は地表面において一定でなく,自転による遠心力等の ため,赤道(978 Gal)付近と極(983 Gal)付近ではそ の大きさがおよそ0.5%異なる.この他にも重力場やジ オイドは,地球内部の密度構造や地球潮汐などの影響に より空間的にも時間的にも変化している³⁶⁾.ジオイドの 空間的な変化は地球内部の質量分布の不均一さを表し, プレート運動の原因である地球マントル内の対流を理解 する上で欠かせない情報である.また,ジオイドの時間 的変化は,質量分布の再配置とみなすことができ,これ は重力場や海洋循環,氷河変動,海面変動,潮汐,火山 活動,氷床融解,地震などに伴う地殻変形により影響を 受ける.地震など短期間で起こるジオイド面の変動か ら,プレートテクトニクスのように長期・永続的な変化 をするものもある³⁷⁾.

ジオイドは、重力加速度計やGPSを利用した測高計 などにより測定されており,限られた地域ではあるが非 常に精度よく測られている. また, CHAMPやGRACE といった人工衛星を使った測定により、地球規模でのジ オイド面の計測も可能になってきた.特にGRACEプロ ジェクトでは、高度500 kmの極軌道を周回する互いに 200 km離れた2基の人工衛星を使い、地球の重力場の変 化による衛星間距離の変化を精密に測定することで、重 力場やジオイドの変化を求めている.最近では、アマゾ ン流域における陸水の移動によるジオイドの季節変化を 浮き彫りにしたり³⁸⁾,マグニチュード9のスマトラーア ンダマン地震時によるジオイド面の降下(およそ1 cm) をとらえること³⁹⁾ 等に成功している. このような実験 結果は、地質学のみならず、気象学、環境学など様々な 方面から関心を集めている. GRACE は地上における 数 mm 程度のジオイド変化を観測することに成功した が、水平方向の分解能はおよそ400 km である.低い空 間分解能のため、高周波数成分の変化によるaliasingの 影響の除去などをデータ解析の際に行う必要があり、ま た分解能以下のジオイド変化を観測することは不可能で ある.

光格子時計は、重力ポテンシャルに対して感度を持つ ため、このようなジオイドの精密計測に対して貢献する ことができると考えられる.一般相対論的効果により、 重力ポテンシャルの変化 $\Delta \phi$ による原子の共鳴周波数 ν_{clock} の変化 $\Delta \nu_{clock}$ は

$\Delta v_{\rm clock}$	$\Delta \Phi$	(15)
$v_{\rm clock}$	$\frac{1}{c^2}$	(10)

と書ける. $\Delta v_{clock}/v_{clock}$ が10⁻¹⁸のとき, $\Delta \Phi = 9.0 \times 10^2$ J/kgは地球表面における1 cmの高さの違いによるポテンシャルの差に対応する. 光格子時計を各地に設置し,周波数を互いにモニターすることで,ジオイド面の変化をほとんどリアルタイムでかつ高い空間分解能でモニターすることが可能になる. このように光格子時計で得られた実験結果を他の測定結果と組み合わせることで,大気や気候変動,地球内部変動(地震,プレートテクトニクス,油田,地下水の移動など)を観測することができると期待される.

実は、ここで述べたことは逆に秒の定義となる光時計 に対し重大な影響を及ぼしかねない.すなわち、地球の ジオイドは微小ではあるが、光時計に影響を与えるほど 変動しており、定義である光時計の針の進みに影響を及 ぼす.そのため将来秒の定義として採用された場合,ど こにその時計を設置するかということを真剣に考える必 要がある⁴⁰.

4.2 基礎物理定数の恒常性の検証

物理学の究極の目標の一つに, すべての素粒子を統一 的に取り扱う理論の発見がある.このような理論では、 現在われわれが認識している4種類の力(重力,電磁気力, 弱い核力,強い核力)が統一的に扱われるはずである. これまで、人類はそのうちの3種類の力(電磁気力,弱 い核力, 強い核力) を統一することに成功した. しかし ながら、この標準理論と呼ばれる理論に重力を取り込む ことには, 誰も成功していない. 重力は, 相対性理論に より記述されているが,相対性理論は,量子効果を含ま ないいわゆる"古典的"な理論である. すべての力を統 一的に扱う理論では、相対性理論に量子効果を取り入れ なければならない. その際には、相対性理論に対し何ら かの修正が加えられるはずである. すなわち, 相対性理 論の破れを実験的に検証することは、万物理論の一端を 見ることになり、現在提案されている数々の理論的提案 をふるいにかけ、生き残った理論に対して強力な実験的 サポートを与えることになる. さらに定量的な評価によ り、新たな理論的提案を誘発し、人類の夢へ一歩近づく ことになると期待される.

現在の相対性理論は、1)弱い等価原理、2)局所ロー レンツ不変性、3)局所位置不変性を原理に据えている ⁴¹⁾.精密な原子時計を用いることで、これらの原理の各々 の検証を行う事が出来る.本稿では、そのうち3)局所 位置不変性の検証に関する実験について紹介したい.

局所位置不変性により,単位を持たない物理定数が(宇 宙のいつでもどこでも)不変であることが導かれる.無 次元量の一つである微細構造定数が時間変化していると すれば、それは局所位置不変性が破れている事を意味す る.原子やイオンのエネルギースペクトルはこの微細構 造定数に依存しているため、エネルギースペクトル(遷 移周波数)の時間変化を超精密計測することで、局所位 置不変性の検証が可能である.微細構造定数の恒常性の 検証は、クエーサーからの光の分光⁴²⁾⁻⁴⁵⁾やガボン共和 国にある太古に稼働していたOklo天然原子炉の解析⁴⁶⁾ ⁻⁴⁹⁾により行われてきたが、原子時計の急速な進展に伴 い、実験室での検証も可能になってきた.実験室での実 験は系統誤差の評価がしやすく重要である.

Dzubaらは電子相関を取り入れた相対論的Hartree-Fock法により,光周波数遷移の周波数を数値的に求め, 遷移周波数の微細構造定数依存性を

$$\nu = \nu_0 + qx \tag{16}$$

と書き, 超微細構造定数の変化に対する感度を表すqの 値を求めた⁵⁰⁾.ここで, $x = (\alpha^2/\alpha_0^2) - 1 \approx 2\delta\alpha/\alpha_0$ であり, ν_0 , α_0 は現在の微細構造定数の値である.このqの値は 原子によって異なり,一般的に原子番号の大きいほど大 きい.2種類以上の原子について遷移周波数の比を測定 し,その変化を追跡することで超微細構造定数の時間変 化を検出することができる.式(16)は

$$\frac{\delta \nu}{\nu_0} = K \frac{\delta \alpha}{\alpha_0} \tag{17}$$

と書き変えられる. ここで, $K = 2q/v_0$ であり, この値 はDzubaらにより数多くの原子種の遷移に関して計算さ れている⁵¹⁾⁻⁵³⁾(表2). これまでの光周波数の測定は定 義であるセシウム原子の超微細構造に対して測定されて いたことを考えると, セシウムの時計遷移に対する依存 性を求めることも重要であり, そのような超微細構造間 の遷移に関して式(17)は,

Z	Atom/Ion	Groun	d state	Upper	states	<i>v</i> ₀ (cm ⁻¹)	<i>q</i> (cm⁻¹)	K	
13	AII	3s ²	¹ S ₀	3s3p	³ P ₀	37393.03	146	0.008	51)
20	Ca I	4s2	¹ S ₀	4s4p	³ P ₀	15157.9	125	0.016	51)
20	Ca I	4s2	¹ S ₀	4s4p	³ P ₁	15210.06	180	0.024	51)
38	Sr I	5s ²	¹ S ₀	5s5p	³ P ₀	14317.51	443	0.062	51)
38	Sr II	5s	² S _{1/2}	4d	² D _{5/2}	14836.23	3172	0.428	52)
49	In II	5s ²	¹ S ₀	5s5p	³ P ₀	42276	3787	0.179	51)
70	Yb I	6s ²	¹ S ₀	6s6p	³ P ₀	17288.44	2714	0.314	51)
70	YbⅡ	6s	² S _{1/2}	5d	² D _{3/2}	22961.18	10118	0.881	53)
70	YbⅡ	6s	² S _{1/2}	4f ¹³ 6s ²	² F _{7/2}	21418.86	-56737	-5.298	53)
80	Hg I	6s ²	¹ S ₀	6s6p	³ P ₀	37645.08	15299	0.813	51)
80	Hg I	5d ¹⁰ 6s	$^{2}S_{1/2}$	5d ⁹ 6s ²	² D _{5/2}	35514.01	-56671	-3.191	52)

表2 いくつかの時計遷移に対するq値とK値

表3 秒の二次表現リスト

	原子	遷移	周波数 (Hz)	不確かさ
マイクロ波	⁸⁷ Rb	基底状態の超微細構造間	6 834 682 610.904 324	3×10^{-15}
光	⁸⁷ Sr	5s ² ¹ S ₀ – 5s5p ³ P ₀	429 228 004 229 873.7	1 × 10 ⁻¹⁵
光	⁸⁸ Sr ⁺	$5s {}^{2}S_{1/2} - 4d {}^{2}D_{5/2}$	444 779 044 095 484	7×10^{-15}
光	¹⁷¹ Yb ⁺	$6s {}^{2}S_{1/2} (F = 0) - 5d {}^{2}D_{3/2} (F = 2)$	688 358 979 309 308	9 × 10 ⁻¹⁵
光	¹⁹⁹ Hg⁺	$5d^{10}6s \ ^2S_{1/2} (F = 0) - 5d^96s^2 \ ^2D_{5/2} (F = 2)$	1 064 721 609 899 145	3×10^{-15}

$$\frac{\delta \nu}{\nu_0} = K \frac{\delta \alpha}{\alpha_0} + \frac{\delta \mu}{\mu_0} \tag{18}$$

と書き換えられることが分かっている54). ここで

 $\mu = g_I(m_e/m_p)$ である. ここで, m_e , m_p はそれぞれ電子, 陽子の質量であり, g_I はセシウムの原子核の磁気回転比 である. 局所位置不変性の破れにより無次元物理量 μ も 時間変化する可能性がある.

現在の周波数はセシウム原子時計のマイクロ波遷移に より定義されているため、すべての光周波数計測はセシ ウム原子を基準に測定される.j原子の絶対周波数測定 の相対周波数変化*x*_jは、

$$x_{j} = \frac{\delta\left(\frac{\nu_{j}}{\nu_{Cs}}\right)}{\frac{\nu_{j}}{\nu_{Cs}}} = (K^{j} - K^{Cs} - 2)\frac{\delta\alpha}{\alpha_{0}} + \frac{\delta\mu}{\mu_{0}}$$
$$= -c_{\alpha}^{j}\frac{\delta\alpha}{\alpha_{0}} + \frac{\delta\mu}{\mu_{0}}$$
(19)

と書ける. 例えばSrの絶対周波数測定を行う実験の場合, $-c_{\alpha}^{j} = 0.06 - 0.83 - 2 = -2.77$ である. これまでに得ら れた絶対周波数計測の実験結果 (Sr, Hg⁺, Yb⁺, H) を 用いて定数の変化を求めると,

$$\frac{\delta \alpha}{\alpha_0} = (-3.3 \pm 3.0) \times 10^{-16} / \text{yr}$$
$$\frac{\delta \mu}{\mu_0} = (-1.6 \pm 1.7) \times 10^{-15} / \text{yr}$$
(20)

となる⁵⁵⁾. さらに,最新のイオン光時計のデータによる と実験結果は, $\delta \alpha / \alpha = (1.6 \pm 2.3) \times 10^{-17} / yr$ であると報 告されている³⁾,この値は他の実験系と同等の精度であ る.

光格子時計はイオン光時計と比べて特に短期安定度の 点で優れているが、微細構造定数の変化に対する感度と しては、イオン時計には及ばない.しかしながら、実験 系による系統誤差の影響を低減するためにも、多くの原 子種やイオンによって精密な測定が行われる必要があ り、中性原子を用いた光格子時計の測定は重要になる.

5. 秒の再定義

光周波数コムの発明による光時計の急速な進展により、その不確かさは秒の定義を実現しているセシウム原子時計の不確かさによって制限される事態を招いた.そして、半世紀ぶりの秒の定義の改定がいよいよ現実味を帯びてきた.秒の再定義の準備過程として、2006年10月国際度量衡委員会(CIPM)は、時間周波数諮問委員会(CCTF)の勧告に従い、2004年に産声を上げたばかりのSr光格子時計を含むいくつかの光時計を秒の二次表現⁵⁶⁾として採用した(表3).さらに、CIPMは各国政府または国際的な予算機構が、時計の高精度化に関する研究支援を行うことを勧告した⁵⁷⁾.

秒の二次表現として採用されている手法は、どれも次 世代の秒の定義になりうるが、正式に秒の定義として採 用されるにはまだまだすべきことは多い. 当然, 現在実 現されている光時計の不確かさの評価、高精度化が求め られる. 最新の報告では光時計の安定度は、セシウム原 子時計のそれを超えている. そのため、より精度の高い 評価には、光時計同士の比較が重要である. すなわち、 高性能の光時計を複数個持つことはますます重要になっ てくる.また,標準として採用する以上,複数の研究機 関で独立に実現され、時計の同等性などが実証されてい る必要がある. 光格子時計に関しては各研究機関がリソ ースの多くを投入している.実際,3.3.で紹介した研究 機関以外にも、PTB(独),NPL(英),NICT(日), KRISS (韓), INRIM (伊), 華東師範大(中) など, 20 近い研究機関で精力的な研究が進められている. 秒の定 義に採用されるための最終段階としては、現行の国際原 子時(TAI)への寄与が求められ,他の1次標準と同じ ようにTAIのステアリングとして機能することが求めら れる.この段階では、当然、光格子時計の長期的な安定 動作が要求され、地道な研究開発が要求されるであろ う.

6. まとめと今後の展望

光時計,光格子時計のアイデアが現実のものとなり, 我々はいよいよ秒の再定義というパラダイムシフトの時 を迎えようとしている.当初,光格子時計は日本で産声 を上げたが,各国の標準機関も高精度化に努め,その研 究開発競争は熾烈を極める.古来より時計の開発競争は 熾烈であったが,将来の標準の候補である以上,各国研 究機関の連携も重要視されなければならない.J.L.Hall 氏はノーベル賞受賞講演でT.W.Hänsch氏との競争を "Friendly - but Hot - Competition"と表現した.このよう に標準機関同士が,いい競争・協調関係を維持すること で,より一層素晴らしい時間周波数の標準器が生まれる であろう.そして,新たな時間周波数標準が,さらに未 知の現象の発見や発明に貢献し,新たな時代を切り開い ていくものと期待される.

謝 辞

本調査研究を行うにあたり,ご指導・ご助言を頂きま した今江理人時間周波数科科長,洪鋒雷波長標準研究室 長,並びに波長標準研究室の皆様に感謝いたします.ま た,測地学に関する貴重なご助言を頂きました地質情報 研究部門地球物理情報研究グループの名和一成主任研究 員にも感謝いたします.

参考文献

- D. Sobel, "longitude: The True Story of a Lone Genius Who Solved Greatest Scientific Problem of His Time", Penguin (Non-classics) (1996). 邦訳:藤井留美[訳] "経 度への挑戦—1秒にかけた四百年", 翔泳社 (1997).
- S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and J. H. Shirley, "NIST Cesium Fountains – Current Status and Future Prospects", Proc. of SPIE, 6673, 667309 (2007).
- 3) T. Rosenband et al., "Frequency Ratio of Al⁺ and Hg⁺ Single–Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place", Scinece **319**, 1808 (2008).
- 4) H. Katori, "Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb–Dicke confinement", Proc. of the 6th Symp. on Frequency Standards and Metrology, 323 (2002).
- 5) M. Takamoto, F. –L. Hong, R. Higashi, and H. Katori, "An optical lattice clock", Nature **435**, 321 (2005).
- A. D. Ludlow et al., "Systematic Study of the ⁸⁷Sr Clock Transition in an Optical Lattice", Phys. Rev. Lett. 96,

033003 (2006).

- R. L. Targat et al., "Accurate Optical Lattice Clock with ⁸⁷Sr Atoms", Phys. Rev. Lett. 97, 130801 (2006).
- M. Takamoto et al., "Improved Frequency Measurement of a One–Dimensional Optical Lattice Clock with a Spin– Polarized Fermionic ⁸⁷Sr Isotope", J. Phys. Soc. Japan 75, 104302 (2006).
- N. Poli et al., "Frequency evaluation of the doubly forbidden ¹S₀-³P₀ transition in bosonic ¹⁷⁴Yb", Phys. Rev. A 77, 050501(R) (2008).
- T. Akatsuka, M. Takamoto, H. Katori, "Optical Lattice clocks with non-interacting bosons and fermions", Nature Phys. 4, 954 (2008).
- T. Kohno et al., "One-Dimensional Optical Lattice Clock with a Fermionic ¹⁷¹Yb Isotope", Appl. Phys. Express 2, 072501 (2009).
- N. D. Lemke et al., "Spin-1/2 Optical Lattice Clock", Phys. Rev. Lett. 103, 063001 (2009).
- 13) K. Watabe et al., "Cryogenic-Sapphire-Oscillator-Based Reference Signal at 1 GHz with 10⁻¹⁵ Level Instability", Jpn. J. Appl. Phys. 47, 7390 (2008).
- D. Allan, "Statistics of Atomic Frequency Standards", Proc. of the IEEE 54, 221 (1966).
- J. Vanier and C. Audoin, "The classical caesium beam frequency standard: fifty years later", Metrologia 42, S31 (2005).
- H. Schnatz et al., "First Phase–Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation", Phys. Rev. Lett. 76, 18 (1996).
- 17) Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth and T. W. Hänsch, "Absolute Optical Frequency Measurement of the Cesium D₁ Line with a Mode–Locked Laser", Phys. Rev. Lett. 82, 3568 (1999).
- 18) Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth and T. W. Hänsch, "Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser", Opt. Lett. 24, 881 (1999).
- 19) S. A. Diddams et al., "Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Combs", Phys. Rev. Lett. 84, 5102 (2000).
- 20) D. J. Jones, et al., "Carrier–Envelope Phase Control of Femtosecond Mode–Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis", Science 288, 635 (2000).
- 21) http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/ laureates/2005/

- R. H. Dicke, "The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines", Phys. Rev. 89, 472 (1953).
- 23) M. Takamoto and H. Katori, "Spectroscopy of the ${}^{1}S_{0}-{}^{3}P_{0}$ Clock Transition of ${}^{87}Sr$ in an Optical Lattice", Phys. Rev. Lett. **91**, 223001 (2003).
- G. K. Campbel et al. "The absolute frequency of the ⁸⁷Sr optical clock transition", Metrologia 45, 539 (2008).
- 25) 安田正美, "光格子時計を用いた光周波数標準", 産 総研計量標準報告4,137 (2006).
- 26) C. J. Pethick and H. Smith, "Bose-Einstein Condenstation in Dilute Gases", Cambridge University Press (2002).
- 27) T. Ido and H. Katori, "Recoil-Free Spectroscopy of Neutral Sr Atoms in the Lamb-Dicke Regime", Phys. Rev. Lett. 91, 053001 (2003).
- H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal' chikov, and V. D. Ovsiannikov, "Ultrastable Optical Clock with Neutral Aoms in an Enginnered Light Shift trap", Phys. Rev. Lett. 91, 173005 (2003).
- 29) M. Takamoto et al., "Prospects for Optical Clocks with a Blue–Detuned Lattice", Phys. Rev. Lett. **102**, 063002 (2009).
- 30) A. V. Taichenachev et al., "Optical Lattice Polarization Effects on Hyperpolarizability of Atomic Clock Transitions", Phys. Rev. Lett. **97**, 173601, (2009).
- 31) F. –L. Hong et al., "Frequency measurement of a Sr lattice clock using an SI-second-referenced optical frequency comb linked by a global positioning system (GPS)", Opt. Express 13, 5253 (2005).
- 32) F. –L. Hong et al., "Measureing the frequency of a Sr optical lattice clock using a 120 km coherent optical transfer", Opt. Lett. 34, 692 (2009).
- H. Hachisu et al., "Trapping of Neutral Mercury Atoms and Prospects for Optical Lattice Clocks", Phys. Rev. Lett. 100, 053001 (2008).
- 34) M. Petersen et al., "Doppler–Free Spectroscopy of the ¹S₀-³P₀ Optical Clock Transition in Laser–Cooled Fermionic Isotopes of Neutral Mercury", Phys. Rev. Lett. 101, 183004 (2008).
- 35) A. D. Ludlow et al., "Sr Lattice Clock at 1×10^{-16} Fractional Uncertainty by Remote optical Evaluation with a Ca Clock", Science **319**, 1805 (2008).
- 36) http://wwwsoc.nii.ac.jp/geod-soc/web-text/top/mokuji. html
- 37) B. ホフマン-ウェレンホフ/H. モーリッツ, 西 修

二郎訳"物理測地学", シュプリンガー・ジャパン (2006).

- B. D. Tapley et al., "GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System", Science 305, 503 (2004).
- 39) R. Ogawa and K. Heki, "Slow postseismic recovery of geoid depression formed by the 2004 Sumatra–Andaman Earthquake by mantle water diffusion", Geophys. Res. Lett. 34, L06313 (2004).
- 40) D. Kleppner, "Time Too Good to Be True", Phys. Today 59, 10 (2006).
- 41) C. M. Will, "The Confrontation between General Relativity and Experiment", Living Rev. Relativity 9, 3 (2006).
- J. K. Webb et al., "Search for Time Variation of the Fine Structure Constant", Phys. Rev. Lett. 82, 884 (1999).
- 43) C. L. Carilli et al., "Astronomical Constants on the Cosmic Evolution of the Fine structure Constant and Possible Quantum Dimensions", Phys. Rev. Lett. 85, 5511 (2000).
- 44) J. K. Webb et al., "Further Evidence for Cosmological Evolution of the Fine Structure Constant", Phys. Rev. Lett. 87, 091301 (2000).
- 45) R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil, "Limits on the Time Variation of the Electromagnetic Fine-Structure Constant in the Low Energy Limit from Absorption Lines in the Spectra of Distant Quasars", Phys. Rev. Lett. **92**, 121302 (2004).
- 46) Y. Fujii et al., "The nuclear interaction at Oklo 2 billion years ago", Nucl. Phys. B 573, 377 (2000).
- 47) Y. Fujii et al., "Re/Os constraint on the Time Variability of the Fine-Structure Constant", Phys. Rev. Lett. 91, 261101 (2003).
- 48) S. K. Lamoreaux and J. R. Torgerson, "Neutron moderation in the Oklo natural reactor and the time variation of α", Phys. Rev. D 69, 121701(R) (2004).
- 49) C. R. Gould, E. I. Sharapov, and S. K. Lamoreaux et al.,
 "Time variability of *α* from realistic models of Oklo reactors", Phys. Rev. C 74, 024607 (2006).
- 50) V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, and J. K. Webb, "Calculations of the relativistic effects in many-electron atoms and space-time variation of fundamental constants", Phys. Rev. A 59, 230 (1999).
- 51) E. J. Angstmann, V. A. Dzuba, and V. V. Flambaum, "Relativistic effects in two valence-electron atoms and ions and the search for variation of the fine-structure

constant", Phys. Rev. A 70, 014102 (2004).

- 52) E. J. Angstmann, V. A. Dzuba, and V. V. Flambaum, "Atomic Clocks and the Search for Variation of the Fine Structure Constant", arXiv:physics/0407141v1 (2004).
- 53) V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, and M. V. Marchenko, "Relativistic effects in Sr Dy, Yb II, and Yb III and search for vatiation of the fine-structure constant", Phys. Rev. A 68, 022506 (2003).
- 54) V. V. Flambaum and A. M. Tedesco, "Dependence of nuclear magnetic moments on quark mases and limits on

temporal variation of fundamental constants from atomic clock experiments", Phys. Rev. C **73**, 055501 (2006).

- 55) S. Blatt et al., "New Limits on Coupling of Fundamental Constants to Gravity Using ⁸⁷Sr Optical Lattice Clocks", Phys. Rev. Lett. **100**, 140801 (2008).
- 56) 洪鋒雷, "秒の再定義に向けての原子時計の新しい 進展--「秒の二次表現」--",日本物理学会誌,65,80 (2010).
- 57) Recommendation 2 (CI-2006) in the report of the 95th meeting (2006).