

光格子時計のための線幅 1 Hz級レーザーの開発

保坂 一元*

(平成20年2月13日受理)

A laser source with a sub-Hertz line width for optical lattice clocks

Kazumoto HOSAKA

1. はじめに

古代から現代にいたるまで、人類は自然界に存在する様々な周期的現象を利用し時計を作ってきた。科学技術的視点から見れば、時計開発の歩みは高精度への挑戦の歴史であり、科学技術の発展とともに、日時計、振り子時計、水晶時計など多種多様な時計が発明された。これらの時計に使われる技術は、それぞれ全く異なるものの、いずれの時計も以下の3つの要素から成ると考えることが出来る。

- ① 振動子 (oscillator)
- ② 基準 (reference)
- ③ カウンター (counter)

伝統的な振り子時計を考えてみれば、①はもちろん振り子であり、②は地球の自転（古くは秒は平均太陽日の $1/(24 \times 60 \times 60)$ として定義されていた。）、③は振子の振動数を数える文字盤であった。近年、電磁波であるレーザー光を①の振動子として用いる光時計が各国の標準研究所や大学において開発されている。この光時計では、②として原子の光遷移を用い、レーザーの周波数を測定する光周波数コムが③の役割を果たす。レーザー光は、一般に短期安定度が良く理想的な振動子に近いが、長期的にみると周波数が変化する傾向がある。周波数安定性を実現するために、これまで様々な安定化レーザーが開発されてきた。例えば、ヨウ素安定化He-Neレーザーもその一つで、周波数の変化を抑えるために、ヨウ素の光遷移を基準に誤差信号を作り、能動的に周波数を安定化している。同様の考えに基づき、光時計では光共振器で安定化したレーザー光を原子遷移を使ってさらに安定化することで、短期にも長期にも安定度 (stability) の高いレーザーの実現を目指している。また、この原子遷移に対する摂動を極力排除することで、再現性 (reproducibility)

が良く、正確 (accuracy) な基準が実現出来る。光周波数コムは、現在の秒の定義であるマイクロ波領域の振動数を基準に、これより4桁以上高い光の振動数を計測できる光周波数カウンターであり、光の振動数を高精度で測定するためには不可欠である。

言うまでも無く、これらの時計の3要素がともに高い精度で機能した時に初めて正確な光時計を実現することが出来る訳である。本稿では①に相当する光の振動子、すなわち光格子時計のための時計遷移励起用レーザー光源の開発に必要な事項を議論する。具体的には、第2章で、周波数の安定度を評価する上で頻繁に使われる幾つかの用語について簡単な説明をし、第3章では本研究所で開発中のYb光格子時計の光源を紹介する。第4章、第5章では、光共振器が環境外乱から受ける影響と、それを低減する方法を、第6章では、通常の実験では無視できるほどの極めて小さい雑音を見積もり、安定化の限界を議論する。第7章で今後の計画について簡単に述べる。超安定化レーザーの開発に関しては、これまで世界各国で多くの研究が行われてきた。すでに幾多の優れた論文・報告書等が出版されており、本稿はこれらの研究をまとめた技術資料である。本稿執筆にあたり参考にした文献等は参考文献として本稿の最後にまとめられている。

2. 周波数安定度の評価

レーザーの安定度を評価・比較するために、頻繁に使われる指標としては、

- ① パワースペクトル密度 (power spectral density),
- ② アラン分散 (Allan variance),
- ③ 線幅 (linewidth)

等があり、幾つかの文献^{1)~4)}に詳しい記述があるが、本稿では後の便宜のためにもこれらを簡単に説明しておくことにする。

* 計測標準研究部門 時間周波数科

パワースペクトル密度は、信号等のエネルギーがそれぞれの周波数においてどのように分布するかを示すものであり、 x という量のパワースペクトル密度を $S_x(f)$ とすれば、 $S_x(f)$ の単位は $(xの単位)^2/Hz$ で表わされる。例えば、本稿で議論する周波数のパワースペクトル密度 $S_y(f)$ の単位は、 Hz^2/Hz である。この他、規格化されたパワースペクトル密度 $S_y(f)$ は $S_y(f) = S_v(f)/v_0^2$ と定義され、単位は $/Hz$ である。 x という量の二乗平均平方根を x_{rms} とすると、 $S_x(f)$ との関係は次式で表わすことが出来る。

$$x_{rms}^2 = \int_0^\infty S_x(f) df \quad (1)$$

また、ここで議論する安定度の高い周波数標準の場合、次式のように $S_y(f)$ は f の累乗で表わすことができる。

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha f^\alpha \quad (2)$$

それぞれの項は、異なる雑音源を表し、図1に典型的な雑音を示した¹⁾。

アラン分散は、周波数標準のある測定時間 τ に対する安定度を表す量で、周波数標準の安定度の評価に頻繁に用いられる²⁾。アラン分散の測定において最も一般的かつ簡便な測り方は、周波数カウンターを用いる方法で、測定時間 τ において平均された数値 \bar{y}_i を m 回測定したとすると、アラン分散は次式で見積もることが出来る。

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{i=1}^{m-1} (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2 \quad (3)$$

アラン分散においても、例えば $\sigma_y^2(\tau) \sim \tau^\mu$ の様に、測定時間 τ の累乗でその雑音の特徴を表すことができ、典型的な雑音を図2にまとめた²⁾。

スペクトル密度とアラン分散の関係は、次式で表わす事が出来る¹⁾。

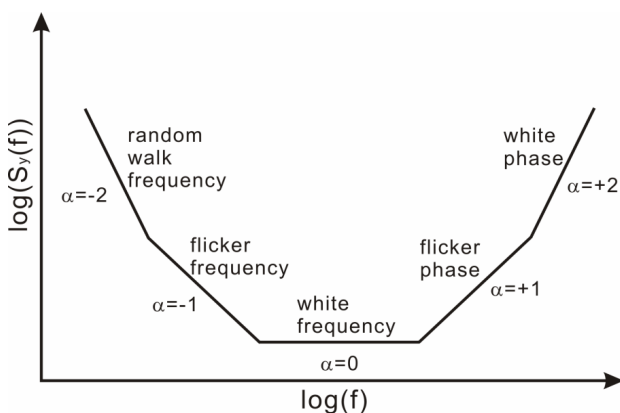


図1 典型的な雑音のスペクトル密度

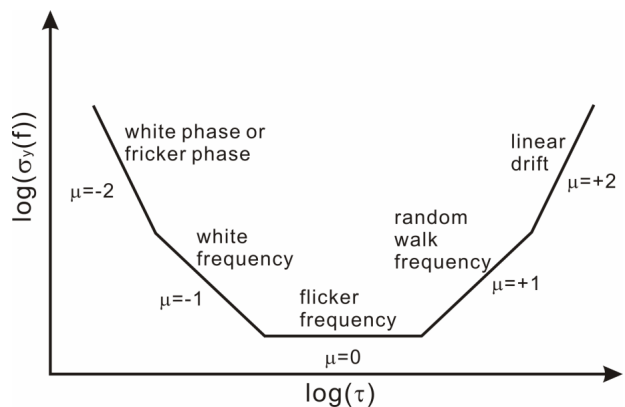


図2 典型的な雑音のアラン分散

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^\infty S_y(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (4)$$

アラン分散は、スペクトル密度の積分値になっており、一般にはアラン分散からスペクトル密度を導き出すことは難しい。様々な雑音に関する、スペクトル密度 $S_y(f)$ とアラン分散 $\sigma_y^2(\tau)$ の関係、およびその式については、文献1)に詳しい記述があるのでそちらを参照して頂きたい。

スペクトル密度と線幅の関係は文献5)に詳しく書かれている。例えば、彼らは、ある周波数 B までの白色雑音 S_v を持つレーザーの線幅を考えており（つまり B 以上の周波数では雑音が無いと仮定している。）、周波数の変化 $\delta\nu$ が $\delta\nu \ll B$ の場合、レーザー線幅は次式で表わすことが出来る。

$$\Delta\nu = \frac{\pi(\delta\nu)^2}{B} = \pi S_y \quad (5)$$

3. Yb光格子時計のための時計遷移励起用レーザー

光格子時計は東京大学の香取によって初めてその概念が発表され⁶⁾、そのわずか数年後にSrを用いた実験が成功している⁷⁾。この光格子時計は、中性原子光時計と単一イオン光時計のそれぞれの長所を持ち合わせているという点で、斬新かつ画期的な手法であり、香取の発表以後、各国の標準研究所において光格子時計の開発が精力的に行われている事実をみても、如何にこの手法が次世代を担う光時計として有望視されているかということが分かるであろう。その証拠にSr光格子時計は2006年には秒の2次表現として国際度量衡委員会傘下の時間・周波数諮問委員会（Comité Consultatif du Temps et des Fréquences : CCTF）に採択されている⁸⁾。概念の提案後5年でこの様

な目覚ましい成果を達成した事は特筆に値する。

光格子時計一般に関する詳細な説明は他の文献^{9),10)}に譲るが、産業技術総合研究所で開発されているYb光格子時計について本稿に關係する部分のみ簡単に述べる。中性Yb原子のエネルギー準位を図3に示した。1次の冷却には $1S_0 \rightarrow 3P_1$ 遷移（自然幅28 MHz、波長399 nm）を、2次の冷却には $1S_0 \rightarrow 3P_1$ 遷移（自然幅182 kHz、波長556 nm）を用いる。時計遷移（clock transition）としてスピン禁制遷移である $1S_0 \rightarrow 3P_0$ 遷移を用いるが、これは自然幅が約10 mHzと極めて弱い遷移である。すなわち、現時点で目標とされる時計遷移励起用レーザーの線幅は1 Hz程度であるので、時計遷移の自然幅という物理現象の本質的な制約によって、レーザーの安定度が制限されることは無いと言ってよい。

この極めて狭い自然幅を持つ時計遷移を効率よく励起するには、スペクトル密度の高いレーザーが必要になる。とは言え、レーザー線幅は無限に小さくできるものではなく、現在報告されている最も安定なレーザーにおいても0.16 Hzである¹¹⁾（そのほかの狭線幅化レーザーとしては文献^{12), 13)}等がある。）。勿論レーザーの種類によってもその困難さは異なると推測されるが、我々の目的のように時計遷移励起用レーザーとなると、分光の対象により波長が既に決定されている場合が多いので、光源の選択の余地は殆どない。Yb光格子時計の時計遷移の波長は578 nmであり、我々はNd:YAGレーザーとYb:YAGレーザーの和周波を用いて光源を得ることに成功している。図4に検出用レーザーの簡単な概略図を示した。それぞれのレーザーからでた光は波長分割多重方式（Wavelength Division Multiplexing : WDM）カップラーで合流し、光フ

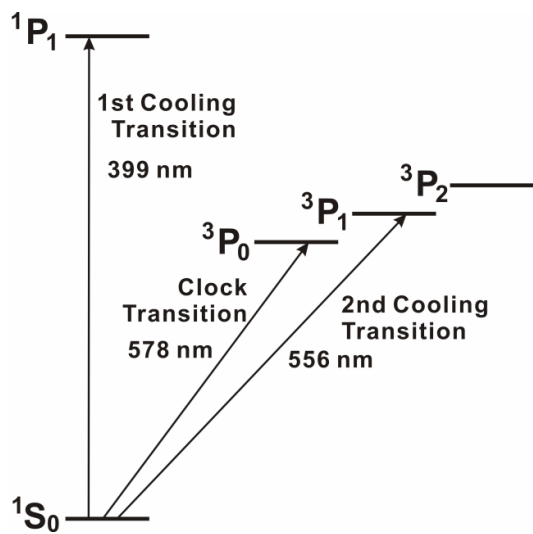


図3 Yb原子のエネルギー準位

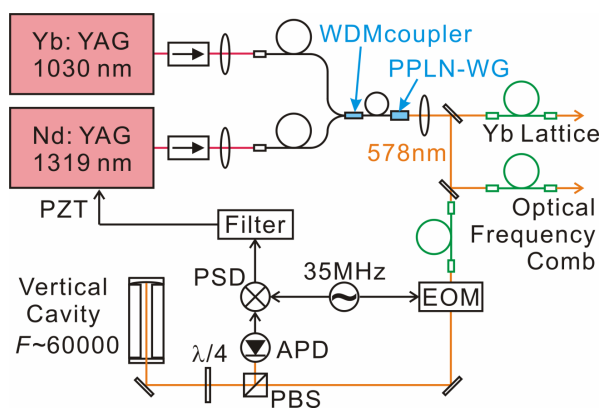


図4 Yb光格子時計用レーザー光源の概略図。

EOM, 電気光学素子。APD, 高速・高感度光検出器。PBS, 分極分光器。PPLN-WG, 光ファイバガイド付き周期分極反転ニオブ酸リチウム。WDM coupler, 波長分割多重方式カップラー。

ァイバガイド付きの周期分極反転ニオブ酸リチウム（Periodically Poled Lithium Niobate : PPLN）に入射される。PPLN後に578 nmの光の出力として約22 mWのパワーが得られており、目標となる周波数の近傍で10 GHz以上モードホップすることなく周波数を走引することに成功した。この光源はPound-Drever-Hall (PDH) 法を用いて光共振器に安定化される予定で、安定化された光の一部は、周波数測定のために光周波数コムに送られる。光共振器の共鳴周波数と原子遷移の周波数は一般に異なるが、この光共振器は共鳴周波数を変えることが出来ない。光格子にトラップされたYb原子に照射される光は、音響光学素子（AOM）を用いて周波数を変化させる必要がある。

4. 環境外乱が光共振器に及ぼす影響

レーザーは先ず光共振器に安定化されるので、この光共振器の安定性が1 Hzレーザーを達成するためのカギになる。光共振器とは、2枚の鏡が一つのスペーサーを挟んで向かい合っている極めて簡単な構造を持つ。光の半波長の整数倍がこの2枚の鏡の間隔（共振器長）に等しい場合、共鳴周波数となるわけであるが、言い方を変えれば、共振器長のほんの僅かな変化が、共鳴周波数を変動させる事になる。光共振器長の変化と共鳴周波数の変化の關係は簡単に次式で表わされる。

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\Delta L}{L} \tag{6}$$

ここで、 L は共振器長、 ΔL は共振器長の変化分、 ν_0 は共鳴周波数、 $\Delta\nu$ は共鳴周波数の変化分である。我々が

考えている578 nmの光の場合、5 Hzの変化は共振器長の約1 fmの変化に相当することになり、1 Hzの線幅を達成するには、共振器長を1 fm以下の精度でコントロールしなくてはならないということが分かる。Bergquistの言葉を借りれば、「仮に、光共振器のスペーサーが地球とすれば、人の髪の毛1本を地球の直径に加えただけで周波数の変化は300 Hzにもなる。」¹⁴⁾と云うわけであり、1 Hz級レーザーの開発が如何に難しいテーマかお分かり頂けるであろう。共振器長を変化させる最大の原因は、スペーサーの熱膨張であるが、その他にも、振動や音響ノイズが重大な影響を及ぼす。本章では、これらの外乱が光共振器に及ぼす影響を検討し、解決策を議論する。

4.1 材料

すでに述べたように、共振器長を変化させる最大の原因は熱膨張である。つまり、スペーサーの材料としては、熱膨張係数が小さいものが好ましい。表1に、光共振器のスペーサーとして使われる材料の熱膨張係数を示した。

サファイアの熱膨張係数は室温ではさほど小さくないが、極低温では驚異的に小さくなる事が分かっている。しかしながら、光共振器を液体He温度まで冷却する事は容易ではない。マイクロ波共振器ではすでに成功しているものの、光共振器ではまだ開発途上の段階と言って良い^{15), 16)} (マイクロ波共振器においてサファイアが使われるのは、熱膨張係数が小さいという理由のみならず、電気的なQ値が室温の10000倍程度高いという理由にもよる)。したがって、次の候補としては、Corning社のUltra-Low-Expansion (ULE) GlassかSchott社のZerodurが考えられる。いずれも熱膨張係数は約 10^{-8} K^{-1} であるが、大きな違いはクリープ (creep) と呼ばれる現象である。クリープとは、その結晶構造が時間とともに極めてゆっくりと緩和してゆく現象で、これに伴って共振器長もゆっくりと変化する。この変化はULEの方がZerodurに比べて一桁小さい^{4), 17), 18)}。また、ULEが滑らかに変化してゆくのに対

表1 光共振器のスペーサー材料の候補と特徴

材料	熱膨張係数 α [K^{-1}]	クリープ $\Delta L/Lt$ [s^{-1}]
Super-Inver	$\sim 10^{-7}$	
ULE Glass	$\sim 10^{-8}$	$0.2 \sim 0.5 \times 10^{-15}$ (smooth)
Zerodur	$\sim 10^{-8}$	$2 \sim 4 \times 10^{-15}$ (random jumps)
Sapphire @ room temp.	$\sim 10^{-6}$	
sapphire @ 3~4 K	$\sim 10^{-11}$	

表2 ULEガラスの特徴 (Corning社のホームページより)

次節で詳しく述べるがULEの熱膨張係数は温度に依存する。特に断らない限り、本稿では熱膨張係数として、 $1 \times 10^{-8} \text{ K}^{-1}$ を用いることにする。

ヤング率 (Youngs modulus)	67.6 GPa
ポアソン比 (Poisson ratio)	0.17
密度 (density)	2210 kg/m^3
平均熱膨張係数 [仕様] (mean coefficient of thermal expansion)	$0 \pm 30 \times 10^{-9} \text{ K}^{-1}$ (5 to 35°C)

し、Zerodurは不連続な変化を繰り返し変形してゆくと云われており^{4), 17), 18)}、この点からも、ULEの方が、我々の目的に合致すると言える。以下では、特に断らない限り、ULEの光共振器を使うという前提で話を進めることにする。

4.2 温度

熱膨張係数が小さく、クリープも小さいという理由で、ULEを材料として選んだ訳であるが、より安定な光共振器を達成するために温度制御が極めて重要であることに変わりはない。温度の変化がもたらす共振器長の変化 ΔL は、

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \quad (7)$$

で表すことができる。 α は熱膨張係数、 L は共振器長、 ΔT は温度変化である。(6)式と(7)式から、例えば、 L を100 mmとすると、1 mKの温度変化は、共鳴周波数を約5 kHzシフトさせることが分かる。線幅1 Hz級レーザーを目指す場合、これは重大な問題である。この影響を軽減する手段として、熱伝導の時定数を大きくして外界からの温度変化の影響を最小限にするという考えに基づき、多くの光共振器は真空チャンバー内に設置されることが多い。真空外と真空内の温度変化をそれぞれ、 ΔT_{out} 、 ΔT_{in} とし、両者の比を簡単に書くと、

$$\frac{\Delta T_{in}}{\Delta T_{out}} \approx \frac{1}{f\tau} \quad (8)$$

となる⁴⁾。ここで、 f は温度変化の周波数、 τ は熱伝導の時定数である。仮に、 f が0.1 Hz、 τ が24時間と仮定すると¹⁴⁾、 $\Delta T_{in} / \Delta T_{out}$ は約 10^{-4} となり、大きく軽減されることが分かる。実際に、時定数を大きくするために、真空内での光共振器設置に関しても様々な工夫がなされてきた。光共振器支持部分からの熱伝導を少なくするために、光共振器を3つのダイヤモンドの突起 (レコードプレーヤーの針の先端部分) で支えたものや、輻射による伝導を抑えるために、金属製のシールドで幾重にも共振器を覆ったものがある。それでもなお、長期の温度調整は重要になるわけで、例えば12時間という長い時間をかけて、共振器温度が1 mK変化する場合、周波数の変化は約

0.1 Hz/secとなる。これは光周波数標準で使われる光共振器のドリフトとしては、なんとか許容範囲の値であり、1 mK程度の温度調整が必要になることが分かる。

ULEの熱膨張係数の特徴としてもう一つ重要なのは、熱膨張係数が温度に依存し、ある温度で非常に小さくなることである。ULEはSiO₂とTiO₂からなるガラスであるが、ある温度で、熱膨張係数の極性が反転する。すなわち、熱膨張係数が反転する温度を見つけて、この温度にULEの温度調整を行えば、実質的に $\alpha \sim 10^{-10}$ 程度が可能である。この温度特性は、ULEのロットによってそれぞれ異なるので、各々の光共振器を実際に測定しなくてはならない（ロットが同じであれば、この温度もほぼ同じであるとされている）。この温度が室温より高い場合は、ヒーターを使えばよいが、室温より低い場合はペルチェ素子などを使って冷却しなくてはならず、装置が複雑になる（ペルチェ素子はいわゆるヒートポンプなので、発生する熱をどこかに逃がす必要がある。4.4章で述べるような音響遮蔽箱の中では、この熱を外に逃がすための機構が加わり、これが新たな雑音源になる可能性がある）。

4.3 振動

地面振動には地震のような突発的な大振幅以外にも、定常的な微小な震動（常微動）が存在する。特に低周波数領域（0.1～100 Hz）の常微動は、光共振器に振動を与え、レーザー線幅に大きな影響を及ぼす。振動周波数が50 mHz以下の極低周波数領域においては、その振動の原因は大気圧の変動によるものが主であり、50～500 mHzの領域では、海岸線に押し寄せる海洋の波が主なエネルギー源であると言われている¹⁹⁾。500 mHz以上では、海洋の波に起因する振動に加えて、人為的な震動や風の影響等、“局所的”に引き起こされるものが主な原因となると考えられており、この意味で共振器を設置する場所も検討されるべきである。一般には、交通量の多い通りから離れた建物で、出来れば地下室であることが良いとされるが、実際に振動レベルを実測することが好ましい。このような振動雑音は完全な白色雑音ではないが、我々の実験室の場合、1～100 Hzの領域では $5 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ の振動があるものと仮定して議論を進めたい（この値は実際の測定結果に基づく。後述の図6参照。一般的な実験室としては振動が少ない比較良い環境であると言える）。すなわち、実験室の典型的な振動雑音が、以下のレベルであると考える。

$$\sqrt{S_a} \cong 5 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (9)$$

$$\sqrt{S_v} \cong 8 \times 10^{-6} \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f} \right) \text{ ms}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (10)$$

$$\sqrt{S_d} \cong 1 \times 10^{-6} \left(\frac{1 \text{ Hz}}{f} \right)^2 \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (11)$$

ここで S_a 、 S_v 、 S_d は、それぞれ、加速度、速度、変位のスペクトル密度である。例えば、(11)式から、実験室の床は20 μm ほどの変位があることが分かる。

さて、ここで振動がどのように光共振器に影響を与えるかを考えてみたい。最も簡単な場合として、縦に置かれた光共振器において自重の為に共振器長が縮む場合を考えると、長さの変化は次の式で表わされる²⁰⁾。

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\rho L}{2E} g \quad (12)$$

ここで、 ρ は密度、 E はヤング率、 g は重力加速度である。長さ100 mmのULE製の光共振器の場合について計算すると、共振器長の変化による周波数シフトは約10 MHz/gとなる。すなわち、1 Hzの線幅を得るためには、加速度ノイズを0.1 μg のレベルまで軽減しなくてはならない。

縦置き光共振器の縦方向の振動をもう少し詳しく見てみよう。床の振動 $d = d_0 \sin(\omega t)$ が光共振器の上部に $D = D_0 \sin(\omega t + \phi)$ の振動を与えると考えると、光共振器上端の変位の振幅は、 $\Delta L = D - d$ となる。（ここで、 $\phi \approx 0$ と仮定したが、考えている周波数が共鳴周波数よりも十分小さい領域では良い近似となる。）この二つの振幅は伝達係数によって関係づけられており、以下の式で表わされる²¹⁾。

$$T_v = \frac{D}{d} = \frac{\omega_1^2}{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_1^2 \omega^2}} \quad (13)$$

ここで、 γ は減衰率（damping factor）、 $f_1 = \omega_1 / 2\pi$ は光共振器縦方向の第一共鳴周波数である。 $f \ll f_1$ の場合、共振器長の変化は

$$\Delta L = d(1 - 2\gamma^2) \frac{f^2}{f_1^2} \quad (14)$$

となり、減衰率が非常に小さい時（ $\gamma \ll 1$ ）には、更に簡単になり、

$$\Delta L = d \frac{f^2}{f_1^2} \quad (15)$$

である。この式を一見すると、高い周波数領域では発散し、無限の周波数シフトを与えるように見えるが、実際には、 d は周波数の関数であり、それを考慮に入れなくてはならない。床振動をスペクトル密度で表わす場合、次

のように書きかえることができる。

$$\sqrt{S_{ML}} = \frac{f^2}{f_1^2} \sqrt{S_d} \quad (16)$$

また、 $\sqrt{S_v}/v_0 = \sqrt{S_{ML}}/L$ の関係を用いて、更に次式のように書くことができる。

$$\sqrt{S_v} = \frac{v_0}{L} \sqrt{S_{ML}} = \frac{v_0 f^2}{L f_1^2} \sqrt{S_d} \quad (17)$$

ここで、 $\sqrt{S_d} \propto 1/f^2$ であるから、(15)式は発散することはない、有限の線幅が予想される。

弾性体の棒の場合、共鳴周波数は次のように書くことができる²¹⁾。

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (18)$$

ここで、 L は棒の長さ、 E はヤング率、 ρ は密度である。標準的な100 mmのULEの棒の共鳴周波数は、 $f_1 = 27.4$ kHz となる。(11)式および(17)式から、 $\sqrt{S_v} = 6.9 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ であり、(5)式を使うと、 $\Delta\nu = 150 \text{ Hz}$ という結果が得られる。

これまで多くの場合、共振器は横置きであり、この場合、縦方向の振動は共振器の軸と直角になる。最も懸念される縦揺れは、直接共振器長の長さを変える方向に働かないが、曲げ運動によって共振器長が変化することになる。曲げ運動の場合、これが及ぼす周波数の変化を見積もるのは簡単ではないが、曲げ運動の共鳴周波数を高くすることができれば、この効果は少なくすることができるであろう。曲げ運動の共鳴周波数は

$$f_n = \frac{n^2 \pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (19)$$

で与えられる²¹⁾。ここで、 L は棒の長さ、 E はヤング率、 ρ は密度、 A は断面積である。 I は断面2次モーメント(second moment of area)で、半径 r の円柱の場合は以下の式で与えられる。

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad (20)$$

つまり、標準的なULE光共振器の場合、曲げ運動の第一共鳴周波数は10 kHz程度である。

次に除振について考える事にする。通常、除振にはバネや振り子が用いられるが、重要なのは伝達関数 T_v である²¹⁾。

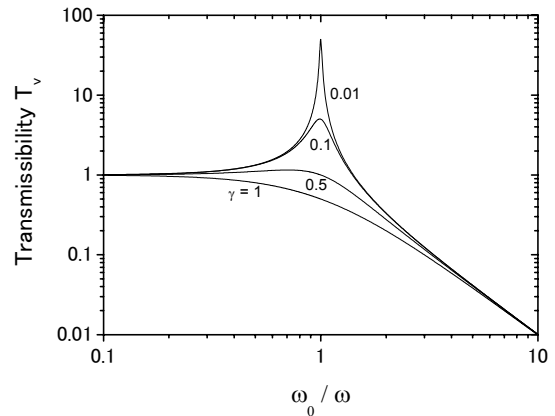


図5 振動の伝達関数と共鳴周波数の関係。

γ は減衰率(damping factor)をあらわす。共鳴周波数より高い周波数領域で伝達関数は小さくなるが、低い周波数領域では、伝達率は1となる。

$$T_v = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_0^2 \omega^2}} \quad (21)$$

ここで、 ω_0 は共鳴周波数である。床からの振動が光共振器に伝わらないようにする機構が除振台であるから、伝達関数 T_v が小さいほど、除振の効果があると言える。図5にこの関数を示したが、共鳴周波数より高い周波数では、除振の効果があるものの、共鳴周波数以下の領域では、除振の効果がない(伝達関数の値が1)ことが分かる。共鳴周波数より十分に高い周波数では、以下の式が成り立つ。

$$T_v \cong \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 \quad \text{ここで } f \gg f_0 \quad (22)$$

すなわち、低周波数領域で有効な除振を達成するためには、共鳴周波数をできる限り小さくする事が求められる。共鳴周波数は次の式で与えられる²¹⁾。

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \text{振り子の場合} \quad (23)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{バネの場合} \quad (24)$$

米国国立標準技術研究所(NIST)では、ゴムチューブで光学台を吊って約3 mの振り子による除振台を作っており、このときの共鳴周波数は約0.3 Hzである。バネの場合は、引張バネの伸びを δl とすると、 $k\delta l = mg$ という

関係があるので、

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta l}} \quad (25)$$

と書き換えることができる。つまり、共鳴周波数を下げ
るためには、非常に大きな伸びが必要になることが分
かる。例えば、2 mのゴム紐を持ってきて、1 mの伸びを
与えたとすると、共鳴周波数は約0.5 Hzになる。しかしな
がら、全長3 mの構造は現実問題を考えるとき、この手
法の限界と考えられる。

現実的な除振の一例としては、多重構造をもつ除振台
という手もあるが、 n 重構造をもつ場合の伝達関数は、

$$T_v \equiv \left(\frac{f_0}{f} \right)^{2n} \quad \text{ここで } f \gg f_0 \quad (26)$$

となり、これも高周波数領域でのみ効果を発揮するこ
とが分かる。このようなシステムでは、 f_0 は各々の除振機
構の共鳴周波数と考えるとよく、いずれにしても共鳴周波
数以下では効果が無いことが明らかである。

低周波数領域での除振に最も広く用いられているもの
は、二つの振り子あるいは二つのバネのバランスを用い
て、実効的に非常に小さなバネ定数を得ようという手法
である。この手法を用いた商品はすでに発売されており、
たとえばMinus K Technology社の除振台(minus-k)では、
共鳴周波数は0.5 Hz程度を達成している。その他、商品
として売り出されているものに能動防振(Active Vibration
Isolation: AVI)機能を使った除振台がある(この言葉に
対して前出のものは、受動防振(Passive Vibration
Isolation)とよばれる。Passiveとは、外部からエネルギ
ーを供給しなくとも目的の動作を行うという意味で使わ
れる)。能動防振機能を使った防振では、システム全体
としての共鳴周波数が無いということが最大の特徴と
いえるであろう。しかしながら、各自由度に対して、そ
れぞれフィードバックをかけて揺れをコントロールする
わけで、その仕組みは簡単ではない。英国国立物理学研
究所(NPL)において、最近、能動防振台と受動防振台
の低周波数領域における比較がなされたが、これによ
ると、受動防振台であるminus-kは測定された周波数領域
0.3~50 Hzにおいて、能動防振台よりも良い結果を示し
ている²²⁾。これは、おそらくフィードバックに使われる誤
差信号に含まれる極わずかな雑音(影響を与えている
と考えられる。最も、minus-kの性能を十分に引き出すに
は、正確な設置が非常に重要で、これを怠ると期待され
る効果が得られない。その点、AVIの場合は、このよう
な心配は無用で、手軽さという点においては優れている。

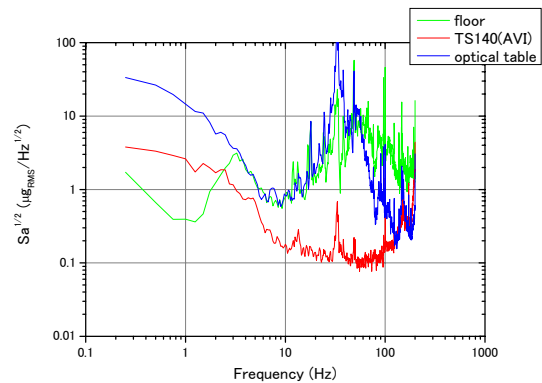


図6 防振台による除振(垂直方向の加速度パワースペクトル密
度)。産業技術総合研究所3-7棟地下1階014室で測定された
結果(ヘルツ株式会社の協力による)。

我々の目的に対する選択肢としては、

- 1) 振り子の光学台
- 2) 受動防振台(minus-k等)
- 3) 能動防振台(AVI等)

が考えられる。最も性能が良いのは1)であるが、やぐら
を組んで3 mの振り子式光学台を設置するには、実験室の
制約もあり簡単ではない。2)は性能としては1)より劣る
ものの、価格、大きさ共に現実的な選択と言えるであろ
う。一例として、図6に能動防振台の除振効果を示す。
この測定は、光共振器を設置する予定の実験室(3-7棟、
014室)で行われた。能動防振台(Table Stable社製、TS140)
は光学定盤の上に設置されたが、数10 Hzの領域では光学
定盤の上よりも床の方が振動が小さいことが分かる。

4.4 音響

音響雑音においても問題となるのは低周波数領域であ
る(20 Hz以下の低周波音に対して、infrasoundという言
葉がしばしば用いられる。日本語では、超低周波音ある
いは低周波空気振動と訳されることが多い。)が、この音
響雑音がどのように光共振器に影響を与えるかという詳
しい研究はなく、そのメカニズムは十分に理解されてい
るとは言い難い。勿論、音響雑音は光共振器を振動させ
るであろうし、音圧の変化により光路の屈折率が変化す
る事も考えられるが、これらの機構は複雑で何が本質的
な制限を与えているかを明確に予想する事は现阶段では
難しい。ただ、各国の標準研究所などで得られた知見か
ら、目標となる音響雑音レベルを設定することは可能で
ある。多くの場合、音の周波数領域として0.1~100 Hz
を考えており、この領域で30 dB(ref 20 μPa)以下の音

圧レベルが当面の目標となると言ってもよいだろう。

問題は、この低周波音域の音圧レベルをどのようにして低くできるかということにあるが、この領域の音圧はどのような現象によって引き起こされるのであろうか。自然界においては、低周波音は海洋の波、地震、磁気嵐、雷、噴火、風などの現象により観測され、人間が生活を営む一般的な環境においては、自動車や鉄道、飛行機などの交通機関、工場や建設現場などで使用している機械、ダムの上流等に起因する。建物の中においても、換気や冷暖房、コンピュータや家電製品から発する音、行動による床振動、窓や扉の開閉などで、常に60 dBを超える音圧場にさらされていると言われている²³⁾。従って、一般的な実験室では、発生源を完全に取り払ってしまうことは難しく、何らかの音響遮蔽を光共振器の為に用意しなくてはならない。実際、多くの研究所では、音響遮蔽箱(acoustic isolation box)や音響遮蔽用の小さな部屋(quiet room)を作ってこの中に光共振器を設置している。ただし、低周波音領域における遮蔽は簡単ではない。たとえば、グラスウールなどの多孔質吸音材量(毛細管や連続気泡を持つ材料に音が入射すると、音波はその細孔内で、周壁と摩擦や粘性抵抗および材料小繊維の振動などによって、音のエネルギーの一部が熱エネルギーとして消費される。)の吸音特性は低音域においては減少し、材料や厚み、背後空気層の形・状態などにもよるが、100 Hzで吸音率20%を得ることは極めて困難であり、低音域における低下の傾向から推測すると、50 Hz以下での吸音率を期待する事は難しい²³⁾。また、単板の透過損失は可聴音域では質量則(薄く密実な一重壁の遮音特性を表す基本式として知られている。壁の面密度または周波数が2倍になれば、透過損失は約6 dB増加する関係がある。詳しくは文献²⁴⁾等を参照されたい。)によってほぼその特性が定まり、その延長上の低周波音域では遮音という形での防音方法には適していない可能性がある。

光共振器のために作られた音響遮蔽箱として文献²⁵⁾に詳しい記述があるので、ここで簡単に紹介したい。製作された箱は、大きさが1.77 m×1.77 m×3 m(内側は1.52 m×1.52 m×2.75 m)の木製の箱であり、光学テーブルを上からすっぽり覆う形になっている。それぞれの面は、厚さ1.9 cmの木質繊維板(particle board, chipboard)を木製のフレームの両側にボンドで張り合わせたパネルから成り、パネル接合部にはシリコン系のコンパウンドを使って気密性を向上させている。箱の内側には鉛の板の入った吸音フォームが貼られており、木製パネルと吸音フォームを合わせた全体の面密度は35 kg/m²である。結果として、周波数領域125~4000 Hzにおける透過損失

の平均は約30 dB、60 Hz以下の低周波数領域では約20 dBの透過損失を達成しており、質量則に従って面密度を大きくすること、箱の気密性を良くすること、外からの圧力の変化を受けないように堅牢な構造を達成すること等が重要な要素と考えられている。

5. 振動に影響されにくい光共振器

第4章では、環境外乱が光共振器に及ぼす影響とその低減方法を議論してきたが、もう一つのアプローチとして、このような環境外乱に影響されにくい光共振器のデザインを考えたい。特に、ここでは振動に対して影響を受けにくい光共振器を紹介する。安定な光共振器とは、共振器長が変わらないということであり、言い換えれば、それぞれの鏡の中心の位置が変化しないということになる。つまり、共振器の全体の形が力を受けて歪もうとも、鏡の中心位置さえ動かなければ共振器長は変化せず、安定な光共振器を実現出来るということになる。

5.1 横置き光共振器

設置の容易さから、通常、光共振器は水平に置かれることが多い。真空中での光共振器の支持方法については、これまで多くのアイデアが試されてきた。最も一般的なのは、アルミなどの金属製Vブロックで支えるものであるが、Vブロックの代わりにバイトンあるいは金属の2本のレール間に置く手法も広く用いられている。この時、除振効果を得るために、バイトンの短いロッドをVブロックの斜面に沿わせて置き、あたかも光共振器の枕の様に使うことも多い。バイトンOリングに円柱状の光共振器を通して、さらに外側を輻射シールド用の金属製のシリンダーで覆うという方法もよく見られる方法で、この場合、バイトンOリングは除振とスペーサーの両方の役割を持つ。その他のユニークな方法としては、光共振器をバネや細いワイヤーで吊下げる方法や、非常に小さく固い突起(例えばダイヤモンドなど)を支持点に用いて支える方法などがある。いずれの場合でも、光共振器は力を受けると僅かであるが変形し、共振器長が変わることになるが、当然この変形の様子は支持点の位置に依存する。言い換えれば、支持点の位置を最適化することによって、共振器長が変化を受けにくい構造を実現することができる。最近この考えに基づき、有限要素法を用いたシミュレーションで共振器形状や支持点の位置の最適化を行った報告が幾つかある²⁶⁾⁻²⁸⁾。ここでは、これまで報告された中で最も良い結果を達成しているカットアウト共振器(cut-out cavity)²⁸⁾を簡単に紹介する。こ

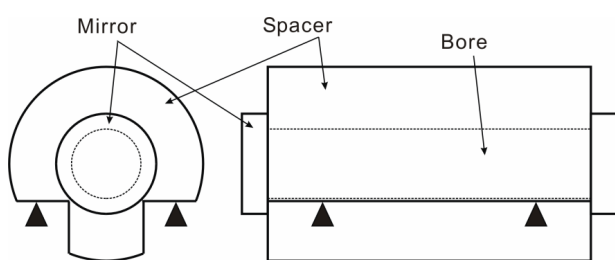


図7 NPLで開発されたカットアウト光共振器²⁸⁾の概念図。黒い三角形は支持点を表す。

の光共振器は図7に示したような形をしており、4つの支点で支えられている。

この場合もまず、有限要素法を用いて形状と支持点の位置が決定され、その後実験的に支持点の位置が最適化された。実験的に支持点を最適化するには、二つのレーザー光源を用意し（この実験では2台のYAGレーザーが用いられた.）、一方は通常の形（円筒形）の光共振器に安定化し、もう一方は、このカットアウト光共振器に安定化された。そして、双方のレーザーのビート信号から共振器の安定度が見積もられた。この実験ではカットアウト光共振器は能動防振台に設置されており、能動防振台を外から加振し共振器に人為的に力を加えることで、支持点の位置の違いによる効果の大きさをより検出しやすくしている。結果として、最適値はシミュレーションと実験では5 mm程度のずれがあったが、これは光路の僅かなずれや、シミュレーションに使われたモデルと実物との差によるもの（例えば、モデルでは鏡の曲率は反映されていない。）と考えられる。このカットアウト光共振器では、実験的に最適値を確認できるという長所があり、達成された感度0.1 (3.7) kHz/ms²は、今まで報告された中で最小である。

5.2 縦置き光共振器

光共振器を縦に置くことは、縦方向の振動が直接光共振器長に影響を与えることを考えると好ましくない。しかしながら、対称性よく支持することで、これらの影響を相殺することができる。このアイデアに基づいた実験が、コロラド大学とNISTの共同研究所であるJILAのグループで行われ、線幅1 Hzレベルを達成している²⁰⁾。今、光共振器を縦にしてその側面から挟むようにして支えることを考えよう（図8参照）。重力により、支えた所から上の部分は縮み、下の部分は伸びると考えられるが、光共振器の高さの半分のところで支えた場合、それぞれの変化の大きさ Δx は同じになると考えられる。すなわち、

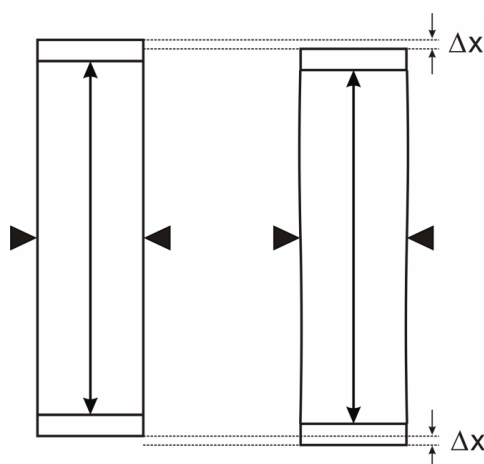


図8 縦置き光共振器の概念図。黒い三角形は支持点を表す。

共振器長は変化しない。

縦置き光共振器の場合、その変位の大きさは(12)式で与えられるので、短い光共振器程その変位は小さくなる。一方で、短い光共振器では、自由スペクトル領域が大きくなり扱いにくく、また、後述の熱雑音を考慮すると、デザインに関して注意が必要になるであろう。文献20)では、スペーサーの長さが50 mm、直径が12.7 mmのULE光共振器を、中心部に直径13.2 mmの穴のあいたULEのディスク（直径52 mm、厚さ10 mm）に通して、RTVシリコンボンダで固定している。縦方向の重心を調整するために、小さな質量を持つおもりを共振器の上部に乗せて最適化を行っており、線幅1 Hz以下を達成した。この縦置き光共振器の最大の特徴は、構造が簡単であることと、システム全体がコンパクトであることである。

6. 線幅に影響を与えるその他の原因と狭線幅化の限界

この章では、今まで述べてきた光共振器に対する主たる外乱の他に、レーザーの線幅に影響を与える可能性のある事象について簡単に述べる。

6.1 量子雑音

最も原理的な限界は、光が光量子であることに起因した量子雑音により制限されるであろう。光共振器の場合、量子雑音とは散射雑音（shot noise）と輻射圧雑音（radiation pressure noise）の2つの雑音のことであり、散射雑音はレーザーによる光子数自体の揺らぎから起きるもの（位相と光子数の最小不確定性関係 $\Delta\Phi\Delta N = 1$ とポアソン分布による $\Delta N = \sqrt{N}$ から、 \sqrt{N} に反比例する.）、輻射圧雑音は光子により揺らされる鏡の位置変化が雑音

となって現れるもの（鏡がレーザー光を反射する際に光子あたり $2p=2h\nu/c$ の運動量の反跳を受ける事に起因し、 \sqrt{N} に比例する。）である。しかしながら、この量子雑音の線幅にあたる影響は極めて小さく¹⁴⁾、この限界はまだまだ先の目標になると考えられる（単に入射光パワーの変化に伴う、光量子の輻射圧については後で議論する。）。

また、検出器における散雑音（shot noise）も安定化レーザーの原理的な限界を与えると考えられ、文献15), 29), 30)に詳しく述べられている。Pound-Drever-Hall法を用いる場合、検出器の散雑音に起因する、パワースペクトル密度と周波数の変化の関係は理論的に次式で与えられる³⁰⁾。

$$\sqrt{S_v(f)} = \delta\nu \sqrt{\frac{h\nu}{8J_0^2(M)P\eta_d}} \quad (27)$$

ここで、 P は光共振器に入射する光のパワー、 η_d は検出器の検出効率、 $h\nu$ は検出された光子のエネルギー、 $J_0^2(M)$ は位相変調の強さが M のときの0次ベッセル関数、 $\delta\nu$ は共振器線幅である。今、仮に $\eta_d=0.9$ 、 $M=1 \Rightarrow J_0^2(M)=(0.765)^2$ 、 $\delta\nu=20$ kHz、 $P=10$ μ Wとすると、 $\sqrt{S_v(f)}=1.8 \times 10^{-3}$ Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ である。これから(5)式を用いて線幅を見積もると、 $\Delta\nu=\pi S_v=10$ μ Hzとなり、極めて小さいことが分かる。念のため、アラン分散 σ_y を見積もると、

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{S_v}{2\nu_0^2\tau}} = \frac{2.5 \times 10^{-18}}{\sqrt{\tau}} \quad (28)$$

という値が得られる。（ここで、 τ は測定時間。散雑音は白色雑音なので、 $\sigma_y^2(\tau)=a_0/\tau$ 、 $S_v=2a_0\nu_0^2$ という関係式を用いた。）

6.2 光のパワー

ここで考えている光共振器は非常にフィネスの高いものである。例えばフィネスが100,000で共振器内でのパワーの増幅が30,000とするならば、100 μ Wの光が入射しても共振器内に蓄積されるパワーは3 Wにもなる。Bergquist¹⁴⁾は、光量子による輻射圧によって、鏡が曲げられたり、スペーサーが伸びてしまう可能性を詳細に検討している。いま、100 μ Wの光が光共振器に入射して3 Wのパワーが共振器内に蓄えられたとすると、ひとつの鏡が、受ける光の輻射圧は約 2×10^{-8} Nとなる。入射光パワーの変化が1 μ Wとすると、輻射圧の変化は 2×10^{-10} Nとなるが、この輻射圧の変化が、レーザーの線幅に与える影響を見積もってみよう。共振器の鏡が厚さ t の円盤型

で、半径 r の円周上で支えられているとし、かかる力 2×10^{-10} Nは、この鏡のごく中心部のみ（例えば、鏡上でのビームサイズが半径200 μ m程度と考えている。）で、ビームサイズ内で均一に分布すると仮定すると、鏡の中心部分の位置の変化は、次式で与えられる³¹⁾。

$$y = \frac{3W(1-\sigma_p)(3\sigma_p+1)r^2}{4\pi E\sigma_p^2 t^3} \quad (29)$$

ここで、 W はかかる力、 E はヤング率、 σ_p はポアソン比である。鏡の厚さ t を5 mm、半径 r を10 mmとすると、 y は約 2×10^{-17} mとなり、 $2y/L=\Delta\nu/\nu$ より、 $\Delta\nu$ は約300 mHzと見積もることが出来る（ここで L は75 mmとした）。次に、この輻射圧によるスペーサーの伸びを考えよう。簡単のために、スペーサーが円柱であると仮定すると、スペーサーの長さの伸び率は簡単に次式で与えられる³¹⁾。

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{W}{AE} \quad (30)$$

ここで、 W はかかる力、 A は断面積、 E はヤング率である。直径1インチのULE光共振器を578 nmの光に対して使う場合を考えると、スペーサー（ $L=75$ mm）の伸びに起因する線幅の変化は、約3 mHzである。つまり、入射光のパワーの変化を1 μ W以下にすれば、線幅1 Hzを議論する時には、光量子輻射圧の効果は深刻な問題にはならない。しかしながら、実際には、幾つかのグループによって、入射光パワーに依存する比較的大きな周波数変化（2~20 Hz/ μ W）が報告されている^{14), 16), 32)}。これらの原因は解明されていないわけではないが、鏡のコーティング面で起こる局所的加熱の影響は上記の効果よりも深刻である可能性があり¹⁴⁾、今後、このメカニズムについても考える必要があるであろう。

光量子輻射圧の変化に起因する影響を低減するためには、入射光のパワーを安定にする必要があるわけであるが、光のパワーが変化する原因としては、どんなことが考えられるであろうか。例えば、光学テーブル等の特徴をあらわす量の一つに、コンプライアンス C (compliance) というものがある。これは、構造物が外力を受けた時にその影響を受けて動く傾向を示す数値で、コンプライアンスが大きいほど、構造物は動きやすくなる（ C は加えられた単位外力あたりの物体上の点の変位振幅として定義される。従って、振動伝達についての情報は何も含まない）。つまり、コンプライアンスやその他の影響によっては、光路の光共振器に対するアライメントが変化することがある。光共振器に対するビームの位置が変化すると、光共振器に対するモードマッチングも変化

するであろう。その結果、光共振器に閉じ込められた光のパワーも変化し、上述の影響が現れる可能性がある。この効果が与える影響は、まだほとんど定量的に議論されていない。その他にも、光ファイバを使う場合は、ファイバ伝送中に偏光が変わり、その結果、光路にある偏光光学素子を介してレーザーのパワーが変わる事にも気をつけなくてはならない。これら光共振器内に蓄積されるパワーの変動に起因する周波数変化を最小に抑えるためには、光共振器の光の入射側と反対側に検出器を設置し、共振器からの漏れ光を観測することで、光強度を安定化する方法が最も有効であると考えられる。光共振器に対するビームのアライメントの変化が周波数変化に及ぼす影響は、Calloni³³⁾やHough³⁴⁾が詳しく議論している。

6.3 傾き

たとえ僅かであっても光共振器が傾いてしまった場合、どのように周波数に影響するであろうか。いま、簡単のために横置き光共振器を考える事にする。光共振器の軸が水平から θ 傾いたとすると、自重により光共振器の軸方向にかかる力は、 $mg \sin\theta$ となる。ヤング率の定義によれば、 $E=(\text{stress})/(\text{strain})=(F/A)/(\Delta L/L)$ であるので (F はかかる力、 A は面積)、これを使うと周波数変化は次の式で表わせられる。

$$\Delta\nu = \frac{\Delta L \nu_0}{L} = \frac{\nu_0 F}{AE} = \frac{\nu_0 L \rho g \sin\theta}{E} \approx \frac{\nu_0 L \rho g \theta}{E} \quad (31)$$

仮に、長さ100 mmの光共振器を考えると $\Delta\nu \approx 17\text{Hz}/\mu\text{rad}$ となる。例えば、能動防振台において振動抑制のため僅かな傾きの変化が生じる可能性がある場合等は、影響が現れるであろう。

6.4 気圧

真空中に光共振器が設置されている場合、わずかな気圧 p の変化が、直接共振器長を変える事は無視できるが、気圧の変化に伴い屈折率 n が変化することで、安定化するレーザーの周波数がわずかながら変化する。ここでは、この影響を見積もってみたい。気圧 p の変化に起因する屈折率 n の変化は、おおよそ次式で表わすことができる¹⁴⁾。

$$\frac{dn}{dp} \cong 3 \times 10^{-9} \text{Pa}^{-1} \quad (32)$$

これから、周波数の変化は

$$\Delta\nu = \frac{dn}{dp} \nu_0 \Delta p \quad (33)$$

である。いま、室温に置かれた 10^{-3}Pa の真空チャンバーを考えると、1 mKの温度変化は、 $3 \times 10^{-9} \text{Pa}$ の圧力変化をもたらす。これが周波数に与える影響はわずか5 mHzで

あり、このレベルでは問題にならない事が分かる。

6.5 熱雑音

現実的な話として問題になるのが、鏡の熱雑音(thermal noise)である。これは、鏡が有限温度の熱浴に接していることによって生じる振動で、この雑音を低減するためには、温度を下げるか、振動子の機械的Q値を上げるしかない。光共振器における熱雑音の研究は³⁵⁾に詳細な議論があるので、詳しくはそちらを参照して頂きたい。一般に機械的な振動は振動モードに注目すれば一つの調和振動子として考えることができるが、このような振動子が温度 T の熱浴に接しているとブラウン運動を行う。運動方程式で書くと、調和振動子の運動方程式に熱雑音による熱揺動力 f_n が加わった形のランジュバン方程式になる³⁶⁾。

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = f_n \quad (34)$$

一番簡単な場合には f_n は白色雑音で、この場合アインシュタインの関係式によって

$$\langle f_n^2 \rangle = 2\gamma k_B T \quad (35)$$

という相関関数をもつ。ここで、 k_B はボルツマン定数、 γ は $\gamma=(m\omega_0)/Q$ で表わされる。ブラウン運動のパワースペクトルを x とすると、

$$x(\omega) \propto \sqrt{\frac{T}{Q}} \quad (36)$$

の関係があるため、熱雑音を小さくしたければ、前述のように、温度 T を下げて、 Q 値の高い材質・形状を採択する必要がある。文献³⁵⁾によると、ULEの Q 値は 6.1×10^4 とZerodurの Q 値 3.1×10^3 より一桁以上高いが、熔融石英(fused silica)の Q 値はさらに高く、 $Q \sim 10^6$ である。

ここで簡単に、熱雑音の効果を見積もってみよう。まず、スペーサーであるが、ここでは簡単のために円筒形のULEを考えることにする。軸方向の熱雑音に起因する変位のパワースペクトルは、スペーサーの機械損失(mechanical loss)を $\phi_{\text{spacer}} (=1/Q_{\text{spacer}})$ とすると、

$$S_{\text{spacer}}(f) = \frac{4k_B T}{\omega} \frac{L}{3\pi r^2 E} \phi_{\text{spacer}} \quad (37)$$

と書き表すことが出来る³⁵⁾。ここで、 R は半径、 L は長さ、 E はヤング率、 ω は入射光の角周波数である。仮に、 $T=293 \text{K}$ 、 $r=12.7 \text{cm}$ 、 $L=7.5 \text{cm}$ 、 $\phi_{\text{spacer}}=1/(6 \times 10^4)$ 、 $E=6.8 \times 10^{10} \text{Pa}$ で、578 nmの光を使った場合には、ULEスペーサーの片面に対する寄与は、1 Hzにおいて、

$$\sqrt{S_{\text{spacer}}} = 5.6 \times 10^{-8} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ となる.}$$

次に、鏡における変位のパワースペクトルを計算してみよう。鏡が、ビーム径より十分に大きい場合には、次式で表わすことが出来る³⁵⁾。

$$S_{\text{mirror}}(f) = \frac{4k_B T}{\omega} \frac{1 - \sigma_p^2}{\sqrt{\pi E w_0}} \phi_{\text{sub}} \quad (38)$$

ここで、 σ_p はポアソン比、 w_0 はビーム径、 $\phi_{\text{sub}} (= 1/Q_{\text{sub}})$ は鏡本体の機械損失である。実際には、鏡には誘電多層膜のコーティングが施されており、これによって引き起こされる損失を考える必要がある。下記の係数を上の式にかけなくてはならない³⁵⁾。

$$A \sim \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1 - 2\sigma_p}{1 - \sigma_p} \frac{\phi_{\text{coat}}}{\phi_{\text{sub}}} \frac{d}{w_0} \right) \quad (39)$$

ここで、 d はコーティングの厚さ、 $\phi_{\text{coat}} (= 1/Q_{\text{coat}})$ はコーティングによる機械損失である。 $w_0 = 220 \text{ } \mu\text{m}$ 、 $d = 2 \text{ } \mu\text{m}$ 、 $\phi_{\text{sub}} = 1/(6 \times 10^4)$ 、 $\phi_{\text{coat}} = 4 \times 10^{-4}$ 、とすると、

$$\sqrt{S_{\text{mirror}}} = 4.3 \times 10^{-17} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ (1 Hzにおいて) となる.}$$

共振器長に与える全変位のパワースペクトルは、

$$\sqrt{S_{\text{total}}} = 6.2 \times 10^{-17} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ (1 Hzにおいて) となり、鏡の寄与が全体の約70 %と非常に大きいことが分かる.}$$

$$\sqrt{S_L} / L = \sqrt{S_v} / \nu \text{ の関係を使えば、1 Hzにおいて}$$

$$\sqrt{S_v} = 0.43 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}} \text{ である. これから、アラン分散 } \sigma_y \text{ を}$$

見積もると、約 9.7×10^{-16} となり ($\sqrt{S} = \sigma_y \nu / \sqrt{2(\ln 2)f}$ という関係式を用いた。文献15), 35)参照.)、当面はこの熱雑音が限界値を与えることになるかと予想される。

7. 今後の計画

本研究所で現在進行中のプロジェクトでは、縦置き型のULE光共振器(直径1インチ、長さ75 mm)を使う予定で、準備を進めている。この光共振器は、アルミ製の超高真空チャンバーに収められ、このアルミ製真空チャンバーとその外側の銅製の箱にそれぞれヒーターを配し温度調整を行う。温度調整には、交流ブリッジで得られる誤差信号をロックインアンプで検知した後に増幅し、ヒーターにフィードバックするという手法を用いて、目標である1 mK程度の温度制御が可能になった。

線幅等の評価の為に、最も一般的かつ確実な方法は、それぞれ独立に安定化された2つの1 Hz級レーザー光源を用いて、そのビート信号を測定することであるが、この場合は二つの独立な光共振器が必要になる。本研究所の

特色を生かせば、他の安定な周波数との比較も出来るわけで、これらの可能性も大いに検討したい。例えば、時間標準研究室が所有するクライオジェニックマイクロ波共振器は1秒で約 2×10^{-15} の安定度を持つので³⁷⁾、光周波数コムをこのマイクロ波共振器からの信号を使って安定化する事ができ、この安定化されたコムモードと1 Hz級レーザーのビート信号を観測することによって、周波数の絶対値はもちろん、線幅の評価も可能になると考えられる。

8. 終りに

ほんの60年ほど前まで、時計の基準は地球の自転(及び公転)であった。1955年にNPLで原子時計が誕生した後、1967年に1秒はCs原子のマイクロ波領域の原子遷移で定義されるようになり、その結果、様々な原子時計が作られ今日に至っている。近年、マイクロ波より周波数の高い電磁波である光を用いて光時計を作ろうという試みが各国の研究所で競われているが、光周波数コムが発明以来、光時計の開発競争は激しさを増し、現在その精度は最高精度のCs原子時計のそれを越えようとしている。今後の光時計の開発状況によっては、秒の再定義が求められる日もそう遠くないかもしれない。また、このような超高精度計測を用いて、今まで検証が難しかった物理現象(例えば、微細構造定数の時間依存性の有無など)を確認する事も出来るようになって考えられており、こちらでも大変興味深い話題となっている。

本稿では、その光時計の一翼を担う、時計遷移励起用レーザーの開発について議論してきた。線幅1 Hz級レーザーの開発は難しい挑戦であることに変わりはないが、慎重に研究を進めることで十分に実現可能であると言えるであろう。現在、本研究所で進行中のこれらの研究が、社会的にも学術的にも大きなインパクトを与える成果を生み、新たな時計の歴史に寄与できることを期待したい。

謝辞

本調査研究を行うにあたり、多くの助言をして下さいました計測標準研究部門時間周波数科の皆様にご感謝いたします。特に、波長標準研究室の洪鋒雷室長、大苗敦前室長には丁寧なご指導と大変有益なご助言を賜りました。また、Patrick Gill, Stephen Webster両氏をはじめとするNPL 周波数標準研究室の皆様から大変有益な情報を頂きました事に感謝いたします。

参考文献

- 1) J. Rutman and F. L. Walls: Characterization of frequency stability in precision frequency sources, Proc. IEEE **79**, 952 (1991).
- 2) D. W. Allan: Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr. **34**, 647 (1987).
- 3) NIST technical note 1337, Mar 1990.
- 4) M. Roberts et al.: Laser linewidth at the sub-hertz level, NPL Report CLM 8, 1999.
- 5) D. S. Elliot et al.: Extracavity laser band-shape and bandwidth modification, Phys. Rev. A **26**, 12 (1982).
- 6) H. Katori: Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement, in the Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology, edited by Patric Gill (World Scientific Publishing Co., Singapore, 2002) p.323-330.
- 7) M. Takamoto et al.: An Optical Lattice Clock, Nature **435**, 321-324 (2005).
- 8) CIPM (International Committee for Weights and Measures) recommendation, October 2006.
- 9) 香取秀俊: 光格子時計, 精密光周波数計測におけるイオン・中性原子冷却実験の接点, 日本物理学会誌, Vol. 57, No.10, 754-758 (2002).
- 10) 安田正美: 光格子時計を用いた光周波数標準, 産総研計量標準報告 Vol. 4, No. 3, 137-145 (2006).
- 11) B. C. Young et al.: Hg⁺ optical frequency standard recent progress in Laser Spectroscopy XIV International Conference, R. Blatt, ed. (World Scientific, Singapore, 1999), pp. 61-70.
- 12) S. A. Webster et al.: Subhertz-linewidth Nd:YAG laser, Opt. Lett. **29**, 1497 (2004).
- 13) B. C. Young et al.: Visible Lasers with Subhertz Linewidths, Phys. Rev. Lett. **82**, 3799 (1999).
- 14) J. C. Bergquist et al.: Laser Stabilization to a Single Ion, in Proceedings of the International School of Physics, Course CXX, edited by T. W. Hänsch and M. Inguscio, (North Holland, Amsterdam, 1994), pp. 359.
- 15) C. T. Taylor et al.: Cryogenic, all-sapphire, Fabry-Perot optical frequency reference, Rev. Sci. Instrum. **66**, 955(1995).
- 16) R. Storz et al.: Ultrahigh long-term dimensional stability of a sapphire cryogenic optical resonator, Optics Letters, **23**, 1031 (1998).
- 17) D. Hils and J. L. Hall: Ultra-stable cavity-stabilized lasers with subhertz linewidth, Proceedings of the 4th symposium on frequency standards and Metrology, edited by A. De Marchi, Springer-Verlag, 1989, pp162.
- 18) J. L. Hall: Frequency stabilized lasers – a parochial review, Proceedings of SPIE, **1837**, 2 (1992).
- 19) D. B. Newell et al.: An ultra-low-noise, low-frequency, six degrees of freedom active vibration isolator, Rev. Sci. Instrum. **68**, 3211 (1997).
- 20) M. Notcutt et al.: Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity, Optics Letters **30**, 1815 (2005).
- 21) S. Timoshenko et al., Vibration Problems in Engineering 4th edition, John Wiley and Sons, New York 1974.
- 22) S. A. Webster – private communication.
- 23) 子安勝 編著, 日本音響学会編音響工学講座 4, 5 騒音・振動(上・下), コロナ社, 1982.
- 24) 永田穂 編著, 日本音響学会編音響工学講座 3 建築音響, コロナ社, 1988.
- 25) D. Hils et al.: Practical sound-reducing enclosure for laboratory use, Rev. Sci. Instrum. **57**, 2532 (1986).
- 26) T. Nazarova, et al.: Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser, Appl. Phys. B **83**, 531-536 (2006).
- 27) L. Chen et al.: Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities, Phys. Rev. A **74**, 053801 (2006).
- 28) S. A. Webster et al.: Vibration insensitive optical cavity, Phys. Rev. A **75**, 011801(R) (2007).
- 29) Ch. Salomon et al.: Laser stabilization at the millihertz level, J. Opt. Soc. Am. **B5**, 1576(1988).
- 30) T. Day et al.: Sub-Hertz relative frequency stabilization of two-diode laser pumped Nd: YAG lasers locked to a Fabry-Perot interferometer, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 1106 (1992).
- 31) R. J. Roark, Formulas for stress and strain, McGRAW-HILL Book company, Inc, 1954.
- 32) H. Katori – private communication.
- 33) E. Calloni et al.: Effect of misalignment and beam jitter in Fabry-Perot laser stabilization, Optics Communications **142**, 50 (1997).
- 34) K. Skeldon and J. Hough: Measurements of beam geometry fluctuations of typical argon-ion and Nd:YAG lasers with relevance to laser interferometer

- gravitational wave detectors, Rev. Sci. Instrum. **66**, 2760 (1995).
- 35) K. Numata et al.: Thermal-noise limit in the frequency stabilization of lasers with rigid cavities, Phys. Rev. Lett. **93**, 250602-1 (2004).
- 36) P. R. Saulson: Thermal noise in mechanical experiments, Phys. Rev. D **42**, 2437 (1990).
- 37) K. Watabe et al.: Short term frequency stability tests of two cryogenic sapphire oscillators, Japanese Journal of Applied Physics, **45**, 9234 (2006).