

# 四端子対インピーダンスブリッジを用いた 標準キャパシタの校正法とその不確かさ

米永 暁彦\*, 堂前 篤志\*, 中村 安宏\*

(平成19年2月20日受理)

## Standard capacitor calibration using the four terminal-pair impedance bridge and evaluation of its uncertainties

Akihiko YONENAGA, Atsushi DOMAE, Yasuhiro NAKAMURA

### 1. 緒言

産業技術総合研究所計量標準総合センター(以下NMIJ)では,量子化ホール抵抗を基準としたキャパシタンス標準を設定し,測定周波数 1 kHz, 1.592 kHz において 10 pF, 100 pF, 1000 pF の特定標準器(キャパシタンス測定装置)による校正を実施している。これらはまず,直角相ブリッジを用いて 100 kΩ 交流抵抗器から 1000 pF 標準キャパシタに値付けし,その後二端子対キャパシタンスブリッジによって,100 pF, 10 pF の高インピーダンス側に拡張することにより実現されている<sup>1)</sup>。この校正業務は2006年2月14日にASNITE国家計量標準研究所認定サブプログラムによる認定を取得した。

一方で電子産業におけるキャパシタは,携帯機器の小型化・高機能化に対応すべく,小型高密度化・信頼性向上への要求が強まる傾向にある<sup>2)</sup>。その流れを受けて,μF オーダの大容量セラミックキャパシタ,すなわち低インピーダンス側の品質管理や校正に対する需要も高まっている<sup>3), 4)</sup>。

このような状況から,国内の計量法校正事業者登録制度(JCSS)においても,μF オーダのキャパシタンス範囲に対して拡張不確かさ数10 μF/F を主張する校正事業の認定を希望する事業者が現れてきた。事業者の登録審査を行う上で,校正能力の妥当性を技能試験により確認することが理想的である。そこで,NMIJでは,より不確かさの小さい技能試験の参照値を提供するため,大容量

(低インピーダンス)への標準供給範囲拡張を目指し,新たに四端子対インピーダンスブリッジを製作した<sup>5), 6)</sup>。2004年度より順次校正範囲を広げながら,2006年度までに校正品目 0.01 μF, 0.1 μF, 1 μF (測定周波数 1 kHz, 1.592 kHz), 10 μF (測定周波数 1 kHz) を依頼試験(特殊)により整備した。そして,この整備進捗と前後して,測定周波数 1 kHz において100 μF までの校正を行う事業者が2社,現在までにJCSSの中で登録されており(2005年度,2006年度各1社),その校正測定能力は拡張不確かさで数10 μF/F 程度である。

ところで,この現状を海外の標準供給の状況と比較する。海外の校正サービスの現状を知る手がかりとして,グローバルMRA(Mutual Recognition Arrangement)の付属書C(Appendix C)がある。これは国際度量衡局(BIPM)によって基幹比較データベースとして電子的に収録されている<sup>7)</sup>。ここで μF オーダに対応する小分類(Capacitance and dissipation factor for dielectric capacitors)を検索すると,2006年12月時点で,計34のNMI(National Metrology Institute, 国家計量標準機関)のCMC(Calibration and Measurement Capability, 校正測定能力)が収録されている。各NMIは経営的判断も加えて校正サービスの内容を決定するので,校正測定能力がそのまま各NMIの技術能力を反映するわけではないが,産業界の要求水準を知る参考となる。表1に主要なNMIsについてまとめたものを示す。周波数範囲が広いが 1 kHz におけるCMCsは,概ね数10 μF/Fである。

従って現状では,少なくとも周波数 1 kHz においては,JCSSの枠組みの中で海外に比肩する校正サービスが受けられる体制が整備されたといえる。

本稿では,NMIJにおける 1000 pF から10 μF にいたる校正方法とその不確かさ評価について報告する。ただ

\* 計測標準研究部門 電磁気計測科

本論文は当所における校正証明書等の不確かさ算出における一般的な考え方を記述したものであり,個別の校正証明書等に記載される不確かさ評価とは必ずしも一致していません。

表1 MRA付属書C (http://kcdb.bipm.org/AppendixC/) に収録された校正測定能力 (CMC) の一部抜粋. 2006年12月時点で34のNMIs が登録されているが, 主なものを整理してまとめた.

	NMI	国名	ID No.	校正装置	校正対象		周波数 [kHz]	CMCの代表値 U (k=2)	
					条件	キャパシタンス [μF]		誘電損失 [in 10 <sup>6</sup> ]	[μF/F]
キャパシタンス	NIST	米	NIST/5217	Resistive ratio arm bridge	マイカ, 三端子	0.001 - 1	—	0.1, 1, 10	100 0.1 μF at 1 kHz
	PTB	独	PTB/53a	Ratio bridge	二端子対, 固定キャパシタ	0.01	—	1, 1.233, 1.592	1.5
			PTB/64	Ratio bridge	マイカ, ポリスチレン, 四端子対	0.001 - 10 000	—	0.05 - 10	50
	NPL	英	NPL/75	Coaxial bridge	四端子対標準キャパシタ	0.001 - 1	—	1 - 1000	30 0.1 μF at 1 kHz
	VNIIM	露	VNIIM/63 - 66	Transformer bridge or Schering bridge	固定キャパシタ	0.000 01 - 10	—	0.05, 1, 10, 100	100
VNIIM/67, 68			High capacitance bridge	キャパシタンスボックス	100 - 10 000	—	0.05, 1	300	100 μF at 1 kHz
KRISS	韓	KRISS/45	Ratio transformer bridge	固定キャパシタ	0.01 - 1	—	1, 1.592	50	0.1 μF at 1 kHz
損失係数	NIST	米	—	—	—	—	—	—	[in 10 <sup>6</sup> ]
	PTB	独	PTB/75 - 79	Ratio bridge	マイカ, ポリスチレン, 四端子対	0.001 - 1000	100 - 5000	0.1 - 10	20 0.1 μF
	NPL	英	NPL/92	Coaxial bridge	四端子対標準キャパシタ	0.001 - 1	0 - 100	1 - 1000	7 0.1 μF at 1 kHz
	VNIIM	露	VNIIM/73 - 76	Transformer bridge or Schering bridge	固定キャパシタ	0.000 01 - 1	50 - 1000	0.05, 1, 10, 100	30 0.1 μF at 1 kHz
	KRISS	韓	KRISS/48	Ratio transformer bridge	固定キャパシタ	0.01 - 1	1 - 100	1	50 0.1 μF at 1 kHz

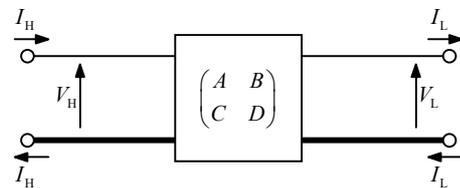
し, 校正装置である四端子対インピーダンスブリッジに関する日本語の文献が少ないため, その原理及び構成に関しても詳しく言及する.

2. 四端子対定義と同軸交流インピーダンスブリッジの校正原理

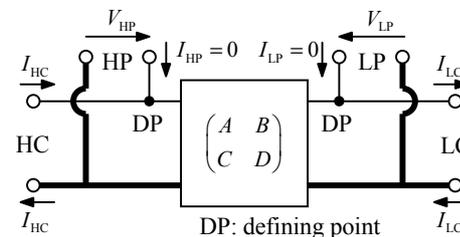
2.1 四端子対定義インピーダンスと同軸交流ブリッジ

インピーダンスは電流 - 電圧伝達特性である. そのため, 一口に素子のインピーダンスと言っても, 素子中どこを流れる電流と, どの点の電圧との伝達特性を, どのような条件で考えるかに応じて, 様々な定義がある. 周波数が数10 kHz まで, インピーダンスの絶対値1 ~ 1 MΩ程度と言った中程度のインピーダンス標準の分野において 現在広く用いられている定義は二端子対 (two-terminal pair) 定義, あるいは四端子対 (four-terminal pair) 定義<sup>8)</sup>である.

二端子対定義とは, 素子を図1(a) に示すような電気回路理論における四端子回路網 (二端子対回路網) として捉えたときの基本行列 (Fundamental matrix) におけるBパラメータ (出力短絡順伝達インピーダンス) であり, 素直な定義である. そして四端子対定義とは, この二端子対回路網における電圧・電流定義点 (defining point) から2つの端子対をそれぞれ引き出し, 電流・電圧を個別に計測・制御可能とすることで, より精密にインピーダンスを実現するものである (図1(b)). 従って, 両者の電気回路における基本的な意味合いは変わらない. 素子の端子対をポート (port) と呼ぶことが多いが, 本報告では便宜上, 四端子対定義素子の4つのポートを, 図1のようにそれぞれHP (high potential) ポート, HC (high current) ポート, LP (low potential) ポート, LC (low current) ポートと呼ぶ. また各ポートにつながる導線を



$$Z_{2TP} = \left. \frac{V_H}{I_L} \right|_{V_L=0} = B \quad (a)$$



$$Z_{4TP} = \left. \frac{V_{HP}}{I_{LC}} \right|_{V_{LP}=0, I_{HP}=I_{LP}=0} = B \quad (b)$$

図1 インピーダンスの定義: (a)二端子対定義, (b)四端子対定義

HPリード (lead) などと呼ぶ.

いま四端子対定義インピーダンスを式で表すと,

$$Z_{4TP} = \left. \frac{V_{HP}}{I_{LC}} \right|_{V_{LP}=0, I_{HP}=I_{LP}=0} \quad \dots(1)$$

また, 回路の相反性により受動素子のみからなる四端子回路網の独立なパラメータは3個であるから, 素子は図2のような 形等価回路で考えることもできる. 図2の

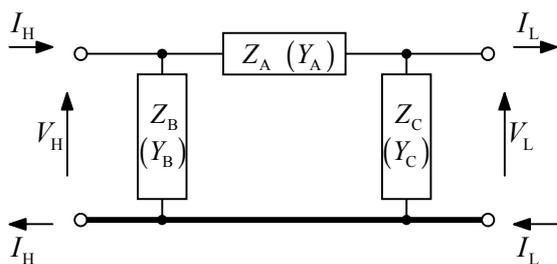


図2 受動素子の形等価回路.インピーダンスとそれに対応するアドミタンスをそれぞれ $Z, Y$ で表した. 图中 $Z_A (Y_A)$  を direct impedance (admittance) と呼ぶ.

$Z_A$ は直接インピーダンスと呼ばれるが、これが式(1)の二端子対, 四端子対定義インピーダンスに対応することは明らかである. すなわち, Thompsonによる同軸の三端子インピーダンス定義<sup>9)</sup>(配線に同軸ケーブルを用い, 流れるコモンモード電流を0としたときの三端子インピーダンス)ともほぼ同義である.

二端子対あるいは四端子対で定義される実際の素子は, BNC, GR 874, BPO などの種類の同軸コネクタでポートが構成され, その内部導体 (inner conductor) の電位は, 外部導体 (outer conductor) を基準にとられる. これらの素子を測定するブリッジ回路を同軸交流ブリッジと呼ぶ. 同軸交流ブリッジにおいては, 素子の二端子対あるいは四端子対定義が正しく実現されていれば, 素子や同軸ケーブルを流れるコモンモード電流 (内部導体と外部導体を大きさが等しく同じ方向に流れる電流) が0となる. すなわち外部磁界との相互作用の影響を受けない. このことが同軸交流ブリッジの測定精度を向上させた, 実用上の顕著な長所である. 1960年代に Cutkosky や Thompsonらによって提案されて<sup>8)-10)</sup>以降, 各国家計量標準機関に広く普及している.

## 2.2 四端子対インピーダンスブリッジの基本原理解

本校正では, NMIJで製作した四端子対インピーダンスブリッジを校正装置として用いる. これは, 電圧比較形の変成器ブリッジに分類される.

一般にインピーダンスを測定する電圧比較形ブリッジでは, インピーダンスが既知 ( $Z_S$ ) の標準器と未知 ( $Z_X$ ) の測定対象を, 直列接続して等しい電流を流したとき, それぞれの両端にかかる電圧の複素電圧比 ( $V_X/V_S$ ) を測定し, これを基にインピーダンス比を推定する. 電圧比を決定する比例辺の実現方法によって大きく2つに分類され, インピーダンス比が既知の2つの素子で構成するものを四辺ブリッジ, 変成器 (transformer) あるいは誘導分圧器 (inductive voltage divider) で構成するものを変

成器ブリッジという. 変成器ブリッジの特長は, 使用する変成器や誘導分圧器の優れた電圧 - 電圧変換機能 (高入力インピーダンス, 低出力インピーダンス) と, その分圧比の精密さにある<sup>11)</sup>. そのため変成器ブリッジは四辺ブリッジに比べ, 対地容量・シャント容量の影響を受けにくく, 高精度四辺ブリッジに要請されていた source balance (Wagner balance), detector balance といった補助調整<sup>10), 12)</sup>が簡略化できる利点がある<sup>13)</sup>. 従って位相角がほぼ等しいという点で同じ性質のインピーダンス (likely impedance) の高精度比較において主流となるブリッジである.

さて, 校正原理を示す. 標準器  $Z_S$  と測定対象  $Z_X$  の公称比が  $n$  であるとき,  $Z_X$  は次式より求められる.

$$Z_X = Z_S \frac{V_X}{V_S} = nZ_S(1 + \Delta) \quad \dots(2)$$

$$\Delta = ((V_X/V_S) - n) / n \quad \dots(3)$$

ここで  $\Delta$  は複素電圧比の公称比からの相対偏差 ( $|\Delta| < 1$ ) である.

電圧比と直接対応するのは式(2)のようにインピーダンスであるが, その逆数をとると式(4)に示すようにアドミタンス比になる. 従って, 測定対象をキャパシタとして, キャパシタンス比も測定可能である.

$$Y_X = \frac{1}{n(1 + \Delta)} Y_S \cong \frac{1}{n} (1 - \Delta + \Delta^2 - \dots) Y_S \quad \dots(4)$$

式(4)の最後は  $|\Delta| < 1$  に基づく級数展開である. 一般的に公称値からのずれは十分小さいことから, 通常高々二次項までを考えれば十分である. また高精度な標準キャパシタとして  $|\Delta| < 3 \times 10^{-4}$  を想定すると, 二次項の絶対値も  $10^{-7}$  以下となり, 一次式でも十分な場合がある.

## 3. 四端子対インピーダンスブリッジの構成

四端子対インピーダンスブリッジにおいて必要な構成要素は  $\Delta$  を求めるために主平衡をとる調整機構の他は, 四端子対定義インピーダンスを実現するための調整機構である. 式 (1) に示した四端子対定義条件を改めて確認すると, 各ポートからの電流が平衡という前提のもとで,  $I_{HP} = I_{LP} = 0$  (HPポート, LPポートが開放状態),  $V_{LP} = 0$  (LPポートが仮想接地) である. すなわち補助的な調整機構は, これらの条件を実現する.

ただし, 補助調整機構などの具体的な設計方法には任意性があり, その構成内容によって校正手順や不確かさも異なる. NMIJで製作したインピーダンスブリッジは, 基本的に Kibble らによって示された構成<sup>14)</sup>に基づく.

この節では, NMIJで製作したブリッジの概要とそれに用いた各構成要素を説明する.

### 3.1 NMIJで製作した四端子対インピーダンスブリッジ

NMIJで製作したブリッジの外観を図3に示す. また, 回路図を図4に示す. 図中の記号等の表記に関しては, Kibbleの表記法<sup>15)</sup>に従った. 細い実線は同軸ケーブルの内部導体を表す. 太い実線は外部導体を表し, ブリッジの基準電位がとられる. 本ブリッジでは公称比1:1から1:10までの同じ性質同士のインピーダンス比が測定可能であるが, 回路図には公称比1:10のキャパシタンスを有するキャパシタ $C_1, C_{10}$ を比較する状況を示した. 図中IT, DTとして示したのはそれぞれ injection transformer, detection transformer である<sup>8)</sup>. 両者の原理・構造は同じであるが, 前者は電源に接続して同軸ケーブルの内部導体に電位差を与えるために用いられ, 後者はゼロ検出器に接続して内部導体を流れる電流を検出するために用いられる.

### 3.2 主平衡の調整

図4内の, 二段変成器 (two-stage transformer) がブリッジ回路に基本となる10:1比電圧を与える. この変成器には, 10:1比を出力する二次側巻線が2つあり, 内側に巻

かれたものを電流巻線, 外側を電圧巻線と呼ぶ. 電圧巻線は, 開放電圧の (無負荷状態における) 分圧比があらかじめ高精度に校正されており, 素子のHPポートに接続されて, 素子の開放電圧を決める基準となる. 電圧巻線を無負荷の状態で使用するために素子に電流を供給する



図3 NMIJで製作した四端子対インピーダンスブリッジの外観.

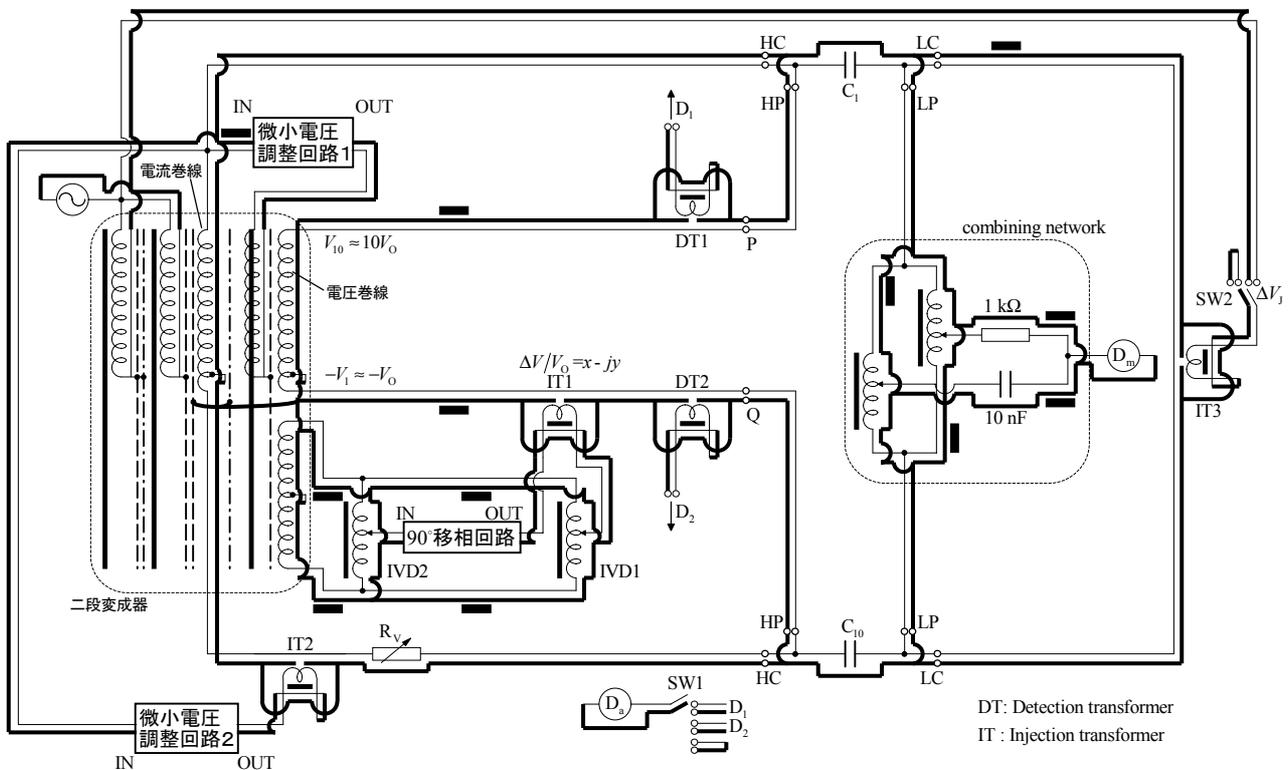


図4 NMIJで製作した四端子対インピーダンスブリッジの回路図.

のが、素子のHCポートに接続された電流巻線である。電圧巻線を常に無負荷状態に維持するために、後述する補助調整を使用する。電圧巻線と電流巻線の一次側を共通することで、確実な同期と電源電圧の変動に対する頑健性を得ている。

なお、ここでの電流巻線、電圧巻線という呼称について、誤解のないよう補足する。この呼称は、ブリッジにおける役割を表すものである。しかし電源素子としての機能でみると、電流巻線、電圧巻線ともに変成器の二次側であることから当然明らかなように、理想に近い定電圧源である。

一般に主平衡の調整は、誘導分圧器を用いて電圧定義端子に加える電圧を既知の微小量変化させる方法と、電流定義端子に既知の微小電流を流す方法の2通りが考えられる。本ブリッジでは電圧比較形の測定原理に忠実な前者を採用した。すなわち、IT1を用いて電圧巻線と $C_{10}$ のHPポートの間に $\Delta V$ を与え、これを調整して主ロックイン増幅器 $D_m$ のヌルバランス (null balance) をとる。基本的にはこのときの  $(V_1 - \Delta V)/V_{10}$  が求める複素電圧比となる。図4に示すとおり、 $\Delta V$ の基準電圧を与える二段変成器の巻線が鎖交する磁束は電圧巻線と共通であるので、 $\Delta V$ の $V_0$ に対する相対値を誘導分圧器 IVD1, IVD2 で正確に調整できる。 $\Delta V$ の調整範囲は $V_0$ に対し同相成分、直角相成分とも $\pm 5000 \times 10^{-6}$ と広く設計した。ただし実際の使用範囲としては、 $\pm 200 \times 10^{-6}$ 程度を想定している。図4中の $90^\circ$ 移相回路は、図5に示すように入力段の誘導分圧器(IVDa, IVDb)で荷重を可変とした加算回路である<sup>13)</sup>。図中の $1 \text{ k}\Omega$ と $10 \text{ nF}$ の直列接続からなる帰還インピーダンスと、 $5 \text{ k}\Omega$ と $4 \text{ nF}$ のT形回路からなるIVDbの負荷インピーダンスが $90^\circ$ を移相する基本部分である。IVDbは周

波数に応じた利得調整に、IVDaは位相の微調整に用いる。測定周波数ごとにIVDa, IVDbの適切な分圧比設定をあらかじめ決めておくことで、利得誤差 $10^{-3}$ 以内、位相誤差 $10^{-3} \text{ [rad]}$ 以内を得ている。

なおこの部分において、実装上の都合からIT1とDT2の位置関係をKibbleの回路構成<sup>14)</sup>と逆にした。原理上本来は、DT2が二段変成器寄りに置くKibbleの配置が好ましい。

### 3.3 同軸チョーク

図4において、ケーブルの脇に所々配置された黒の長方形は同軸チョーク (coaxial choke)<sup>10), 16)</sup>を表す。

同軸ケーブルを高透磁率のコアに数回巻いたものを同軸チョークあるいはカレントイコライザ (current equalizer) と呼ぶ。同軸ケーブルを流れるノーマルモード電流 (内部導体と外部導体を大きさが等しく逆の方向に流れる電流) がコア中に磁束を生じないのに対し、コモンモード電流は磁束を生じる。その結果、同軸チョークはコモンモード電流に対してのみリアクタンスを持ち、これを抑える効果をもつ。コモンモード電流を完全に0にすることは原理的にできないものの、ノーマルモード電流の $0.1\%$ 程度に抑えることが可能である。同軸交流ブリッジ回路では、回路内の閉ループあたり原則1個の同軸チョークを設置し、各ケーブルの電流を平衡させ、グラウンドループを阻止する。換言すれば、連結グラフとして回路を考えた時の補木 (link) に1つの同軸チョークを配す。ただし、測定結果に影響を与えない箇所については省略しても構わない。また、1つの閉ループに複数冗長に配した場合の問題は、同軸チョークの有効性を定量的に評価することができないことである。

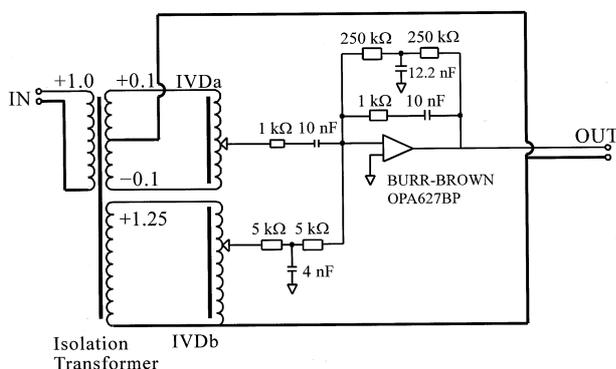


図5  $90^\circ$ 移相回路。図中の $1 \text{ k}\Omega$ と $10 \text{ nF}$ の直列接続からなる帰還インピーダンスと、 $5 \text{ k}\Omega$ と $4 \text{ nF}$ のT形回路からなるIVDbの負荷インピーダンスが $90^\circ$ を移相する基本部分である。

### 3.4 電圧リードの電流調整

2台のキャパシタ $C_1, C_{10}$ のHPポートと、各々が接続された変成器の電圧端子が等電位にあれば、キャパシタのHPリードの電流は0となる。このときの電圧は、すなわちキャパシタのHPポート開放電圧であり、これが同時に電圧巻線の開放電圧として正確に求められる。

この2箇所の電位差を0にするために2つの電圧調整機構が必要である。その際に重要なことは、この調整によって求める複素電圧比が変更を受けないことと、調整間の相互干渉によりブリッジの収束が悪くならないことである。図4のブリッジでは、主に微小電圧調整回路1を用いて2箇所の電位差の同相成分を調整し、微小電圧調整回路2を用いて主に差動成分を調整する工夫により、調整間の相互干渉を抑えている。補足すると、微小電圧調

整回路1の出力は, 変成器の電圧巻線などとの磁気結合を通じて,  $V_1, V_{10}, \Delta V$ の電圧比を維持したまま, その大きさを調整する. この微小電圧調整回路1の性質は, 後述する combining network の調整でも重要な役割を演じる. また微小電圧調整回路2は,  $C_{10}$ のHPポート電圧を主に変更するので, 変成器の電圧比には影響しない. 微小電圧調整回路2の出力電圧に対する $C_{10}$ のHPポート電圧の感度は, 校正対象のインピーダンスと可変抵抗 $R_V$ のインピーダンス比で決まる.

電流0の検出は, 補助ロックイン増幅器 $D_a$ の接続をDT1, DT2の間で交互に切り替えながら行う. 従って厳密にいうと, ここで実現できる開放電圧はDT1, DT2の中心(外部導体に間隙がある場所)で定義される電圧であるので, そこからキャパシタの高圧側定義点まではわずかながらHPリードのケーブル効果(ブリッジと測定対象を接続するケーブルの伝達特性に起因して誤差が生じる効果)が存在する.

なお後述するように, LPリードの電流に関しては, 実際には低圧側定義点がゼロ電位とならないためにわずかに流れるが, 同じく後述するcombining networkにより, その影響は取り除かれる.

### 3.5 低圧側電流リードに生じる電位降下

四端子対インピーダンス定義条件では, LCポートが短絡状態( $V_{LC} = 0$ )が要請される. しかし, ブリッジを構成するために四端子対インピーダンス素子のLCポート同士を接続すると, LCリードでの電位降下が避けられず, 条件が満たされない. 例えばLCリードのインピーダンスの絶対値が仮に  $180 \text{ m}\Omega$  であるとする, 測定電流  $1 \text{ mA}$  に対して  $0.18 \text{ }\mu\text{V}$  の電位降下を生じる. この電位降下の影響は低インピーダンス測定において, より大きくなる<sup>17)</sup>.

この影響を一般的な電気回路理論から説明する. 図6は, 電気回路理論における補償定理<sup>18)</sup>の説明である. 良く知られるように図6の回路(a)において電流 $I_a$ が流れる枝にインピーダンス $z$ を挿入した回路(b)は, 回路(c)と回路(d)の重ね合わせであるが, さらに回路(c)は回路(a)と等価であるため, 回路(a)と回路(d)の重ね合わせであることを示している. ここで, 外に出した電流 $I_a$ が流れる枝をLCリード, 検出器Dを主ロックイン増幅器 $D_m$ と考えると, 回路(a)はLCリードでの電位降下がない理想的な状態である. これに対し, 回路(b)のようにLCリードのインピーダンスが無視できない状況では, 検出器Dに加わる電圧  $V_{D,b}$  が  $V_{D,b} = V_{D,a} + V_{D,d} \neq V_{D,a}$  となり, 誤差  $V_{D,d}$  を含むことを意味する.

これに対して2通りの対策が考えられる. まず1つは,

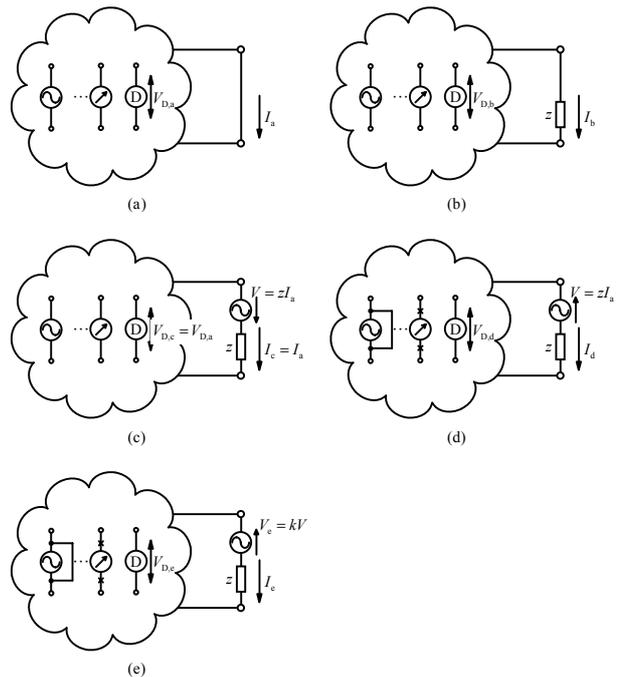


図6 補償定理. 本来短絡されるべき場所にインピーダンスが存在した場合に, 回路内に生じる電圧・電流分布の変化を知るのが利用される.

回路(c)のようにLCリードに独立な可変電源  $V = zI_a$  を挿入して, 電位降下を補償する方法である<sup>19)</sup>. 回路(c)は回路(a)の等価回路であるので, 直接四端子対定義条件が実現される.

もう1つの対策は, 回路(b)と回路(d)の重ね合わせとして回路(a)を間接的に実現する方法である. 換言すると, 回路に何らかの機構を導入することで,  $V_{D,b} = 0$  (回路(b))と $V_{D,d} = 0$  (回路(d))を同時に満足しようとする手法である. この機構が適切に調整された回路は, 仮に理想的な回路(a)の条件下に置いたとしても,  $D_m$ のヌルバランスが実現されることが示される. この手法は, 直接四端子対定義条件を実現するものではないが, 前者と原理上の優劣は存在しない. さらに, 回路(d)では電源  $V = zI_a$  であるが, その代わりに値が任意の電源 $V_e$ を挿入した回路(e)で $V_{D,e} = 0$ を実現しても回路の線形性から同じ結果が導かれる. 回路内の各要素の線形性が担保できる範囲で $V_e$ を十分大きくとることにより, この機構の調整分解能の向上が図れる利点がある.

本ブリッジではKibbleの方法に従い, 補助調整機構として図4に示す2台の誘導分圧器と負荷から成るcombining network<sup>20)</sup>をゼロ検出器 $D_m$ の前段に導入した. これは, 四端子抵抗を測定する直流ブリッジで利用されるケルビン・ダブルブリッジ (Kelvin double bridge) を交流ブリッ

ジに応用したものである<sup>21), 22)</sup>。ここでLCリードに挿入されたIT3は combining network 調整時に用いる電源であり、図6の回路(e)で挿入した電源に相当する。通常IT3は短絡除去されているが combining network 調整時には、ブリッジ印加電圧の100分の1の電圧 $\Delta V_j$ をLCリードに与える。

以下 combining network の動作をやや詳しく述べる。なお、四端子回路網から見たcombining network の説明を付録1に示す。

### 3.5.1 Combining network の機能

Combining networkは誘導分圧器の優れた電圧 - 電圧変換機能を利用して、回路中の2箇所の節点に対し、その節点間電圧を分圧する節点を導入する回路である。簡単のため誘導分圧器を理想変成器として、図7で基本動作を説明する。ある電圧源(電圧 $V_{ab}$ )からの出力端子a, bが与えられたとき、図7(a)のようにab間に2台の誘導分圧器と負荷 $Y_I, Y_{II}$ からなる combining network を接続し、新たに節点cを設ける。このとき節点cを出力端子としたテブナン等価電圧源回路は図7(b)である。テブナン等価電圧源の起電力は、 $Y_{CN} = Y_I + Y_{II}$ ,  $\rho_{CN} = (\rho_I Y_I + \rho_{II} Y_{II}) Y_{CN}^{-1}$ として $V_{ab}$ を $\rho_{CN} \cdot (1 - \rho_{CN})$ で分圧した電圧に等しい。ここで $Y_L$ が $Y_{CN}$ に比べて十分小さいと仮定すると( $Y_L$ としてロックイン増幅器の入力インピーダンスを考えると十分成立)、そのまま $V_c \approx \rho_{CN} V_{ab}$ と考えられる。すなわち、分圧比 $\rho_{CN}$ は誘導分圧器のダイヤル値と負荷で決まる。必要とする複素分圧比 $\rho_{CN}$ を比較的自由に調整するには、 $Y_I$ と $Y_{II}$ の位相角が直交するように、また $Y_I$ と $Y_{II}$ の大きさを、ダイヤル値に対する複素分圧比の感度 $|\partial \rho_{CN} / \partial \rho_I|$ と $|\partial \rho_{CN} / \partial \rho_{II}|$ を勘案した上で、適切に選定すればよい。

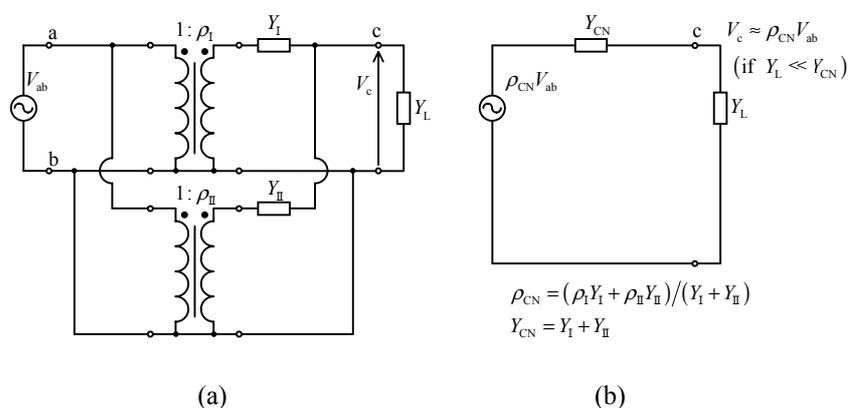


図7 Combining network の原理図。(a) 節点a, b に誘導分圧器と負荷からなる回路を2つ並列接続して新たな節点cを設ける。ここでは誘導分圧器(単巻変成器)と等価な変成器を、理想変成器として表した。(b) テブナン等価電圧源回路。節点cにつながる負荷が低アドミタンス(高インピーダンス)であるとき、節点cにはa, b間電圧 $V_{ab}$ を分圧した電圧が現れる。

一方、cを開放した時にa, bからみたcombining networkの入力インピーダンスは、 $(Y_I^{-1} + Y_{II}^{-1}) / (\rho_I - \rho_{II})^2$ である。負荷 $Y_I, Y_{II}$ は $Y_L$ との関係から判断すると高アドミタンスであることが望ましいが、もし $\rho_I - \rho_{II}$ が1に対して十分な微量でないことが予想される場合は、入力インピーダンスが小さくなり過ぎないように適当な値を選択する。本ブリッジでは、 $Y_I$ に1 k $\Omega$ の抵抗、 $Y_{II}$ に10 nFのキャパシタを用いた。

なお、シャントアドミタンスは通常容量性であることから、本ブリッジで中容量キャパシタを測定する場合は $\rho_I \approx \rho_{II}$ であり、この入力インピーダンスは十分大きい。従ってこの場合におけるcombining network の実際の入力インピーダンスは、誘導分圧器の励磁インダクタンスと巻線間容量で決まる。

### 3.5.2 Combining network の効果

図4の四端子対インピーダンスブリッジにおけるcombining network の効果を述べる。ここでは説明を簡単にするため、図4の $D_m$ に加わる電圧のみに着目する。四端子対定義条件を満たすためには、本来さらに2つの条件が必要であるが、これは3.7節で述べる。

図4の回路に対し、図6(e)のように $V_c$ (図4の $\Delta V_j$ )以外の電源を除去した回路の主要部を図8に示す。すなわち、定電圧源である二段変成器(電圧巻線、電流巻線共に)などを短絡除去した。説明を簡単にする目的で、二段変成器の出力インピーダンス、可変抵抗 $R_v$ のインピーダンスは省略した。また図8では、測定対象 $C_1, C_{10}$ をアドミタンスで構成した形等価回路で表し、combining network は、その機能を表すためにアドミタンス素子による分圧回路で置き換えた。

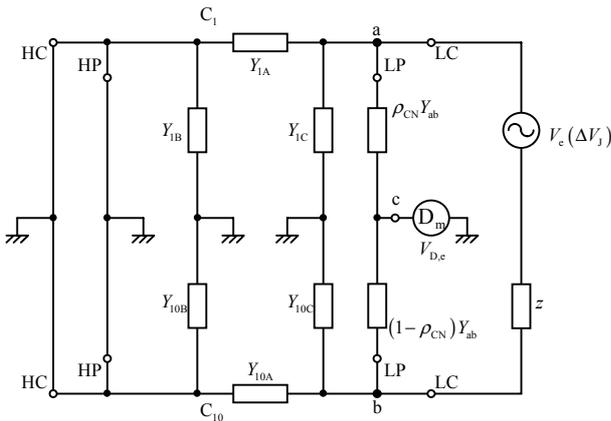


図8 Combining network による低電圧側電流リードで生じる電位降下の影響除去．キャパシタ $C_1, C_{10}$ をそれぞれ 形等価回路 ( $Y_{1A}, Y_{1B}, Y_{1C}$ ), ( $Y_{10A}, Y_{10B}, Y_{10C}$ ) で表した．また, 図中 $Y_{ab}$ で表したのは, 端子a,bからみた combining network の入力アドミタンスである．ブリッジからみた combining network のアドミタンスは $Y_{ab}$ であり, また節点cは 節点a,b間電圧を $(1-\rho_{CN})$ ;  $\rho_{CN}$  に分圧することから, 図のような分圧回路で表した．

さて 図8を眺めると,  $V_e$ を電源とし combining network を辺に含むブリッジ回路であることが分かる．このことから分圧比を  $\rho_{CN}:(1-\rho_{CN}) = (Y_{1A}+Y_{1C}):(Y_{10A}+Y_{10C})$  とすれば,  $V_e$ にかかわらず常に $V_{D,e}=0$ を実現できることが直ちに明らかである．従って, combining network の調整により, 低電圧側電圧端子間に生じる電位差 (電流リードに生じる電位降下) に対して, 検出器が感度を持たないようにできる．ケルビン・ダブルブリッジの応用といっても単純に  $\rho_{CN}:(1-\rho_{CN}) = Y_{1A}:Y_{10A}$  とはならずシャントアドミタンスの項を含んでいるのは, 図8のブリッジが変成器ブリッジではなく, 言わばsource balance を伴わない四辺ブリッジであることが原因である．

回路上のある節点間に不可避免的に生じる, 望まない電圧に対して, 検出器が感度を持たないように新たな補助平衡を導入するという構造を眺めると, 基本的にはsource balance や detector balance などと共通する技術として捉えられる．

### 3.6 Source balance (Wagner balance) と detector balance

Source balance と detector balance は, 四辺ブリッジにおいて対地容量の影響を除去するための補助調整である．両者はこの目的において全く等価な機能を有することが相反定理により示されるが, 精密四辺ブリッジにおいてはこれら2つの補助調整を二重に要請して相乗効果を得ていた<sup>9)</sup>．上述したとおり, 四辺ブリッジと比較す

ると, 本ブリッジのような変成器ブリッジは, 変成器の出力インピーダンスが非常に小さいことから, 対地容量の影響は小さい．従って変成器ブリッジにおいては, 少なくとも detector balance の必要性はない．またKibble の指摘<sup>14)</sup>によれば, 他の補助調整が機能している場合には, 必ずしもsource balance を要しない．従って本ブリッジでは両補助調整を用いない．

ただし, 3.4節で述べた微小電圧調整回路2の機能は, 基準電位に対して電位が決まった電源を有するブリッジにおける source balance の機能と基本的に同じである．従って, source balance を微小電圧調整回路2の代わりに用いる手法もある<sup>10), 23)</sup>．

### 3.7 操作手順

3.5節では, 通常の状態 (図6(b)に相当) と, LCリードに電圧 $V_e (\Delta V_j)$ を加えてそれ以外の電源を除去した状態 (図6(e)) で, それぞれ検出器のヌルバランスをとることを考えた．その結果, LCリードのインピーダンスが0である理想的な状態 (図6(a)) においてもヌルバランスが得られると予想される回路が実現できることを示した．我々の測定手順では便宜上, 通常の状態と, 通常の状態に単に電圧 $\Delta V_j$ を加えただけの状態 (図6(b)と(e)の重ね合わせに相当) でヌルバランスをとることとした．以下, 図4に掲げたブリッジの平衡をとる手順を示す．

まず図4に対して通常の状態に置くために, SW1を短絡側, SW2を短絡側 ( $\Delta V_j$  を短絡除去) に入れる．そして, IVD1, IVD2を操作して $\Delta V$ を調整し,  $D_m$ のヌルバランスを大まかに実現する．これが主平衡をとる操作である．その後SW1を $D_1, D_2$ 側へ交互に切り替えながらHPリードの電流を $D_3$ で確認し, 微小電圧調整回路1, 2の調整により電流を0にする．

次にSW2を切り替え, IT3により電圧  $\Delta V_j$  を加えた状態にする．そして, HPリード電流を0に調整しつつ combining network を調整し  $D_m$ のヌルバランスを得る．

以降, この主平衡調整と combining network の調整を必要な精度まで同様に繰り返す．それぞれの操作にあたってはHPリードの電流調整を行う．通常はこの測定手順を2回繰り返す程度で全ての平衡をとることができ, 収束は速い．

なお, combining network 調整時にHPリードの電流調整が必要である理由を補足する．図8の説明で仮定したように, もし二段変成器の出力インピーダンスや可変抵抗 $R_v$ のインピーダンスが無視できるのであれば combining network 調整後に $\Delta V_j$ に起因して生じるHPポート開放電圧は0であり, 改めて電流調整は不要のはずである．さ

らに、理想的な状態でのHPリード電流も0であり、そのHPポート開放電圧は通常の状態でのHPポート開放電圧と等しいと推定されるはずである。しかし、実際はHCリードとHPリードに存在するこれらのインピーダンスは無視できず、 $\Delta V_J$ に起因して生じるHPポート開放電圧が誤差要因となる。

実は、combining network 調整時に微小電圧調整回路1, 2を利用してHPリード電流を0にする操作は、この問題を解決する。まず、この操作によって理想的な状態でのHPリード電流も0となるのは明らかである。次に、微小電圧調整回路1は3.4節で述べたように電圧巻線の分圧比を維持したまま出力電圧を調整するので、通常の状態と $\Delta V_J$ を加えた状態の間で、 $C_1$ と $C_{10}$ のHPポート開放電圧の比は等しい。従って、理想的な状態で得られるHPポートの開放電圧は、通常の状態のHPポート開放電圧と大きさは変化するものの、2つの測定対象に関わる複素電圧比は通常の状態から変化せず、推定可能となる。

この微小電圧調整回路1と電圧巻線の役割を図8に示したブリッジで考える。すると、図8のブリッジの平衡条件がHPポートに生じる電圧（HCリードの電位降下）の影響を受けないように、変成器で構成した特殊な combining network であり、微小電圧調整回路1は電圧巻線を必要分励磁するために用いられていると見てもできる。実際、この機能によって、3.5.2で示した平衡条件  $\rho_{CN}:(1-\rho_{CN}) = (Y_{1A}+Y_{1C}):(Y_{10A}+Y_{10C})$  が変わらないことは明らかである。

この四端子対インピーダンスブリッジでは、測定対象が低インピーダンスになるほど、LCリードに生じる電位降下の影響が大きいため combining network の調整に高精度が要求されるのに加えて、 $\Delta V_J$  に対するHCリードの電位降下の割合も大きく combining network の平衡条件が影響を受けるので、combining network の調整には細心の注意が必要となる。逆に、測定対象が高インピーダンスであれば、combining network の調整に高精度は要求されないので、微小電圧調整回路1, 2の再調整を省略しても実害はない。本ブリッジでは、測定対象が 0.1  $\mu\text{F}$  以下のキャパシタンスである場合、この調整手順の簡略化が可能であることを確認している。

#### 4. 校正方法とその不確かさ

##### 4.1 低インピーダンス側への拡張の比較の連鎖

NMIJでは、四端子対インピーダンスブリッジを用いて 1000 pF から 10  $\mu\text{F}$  まで拡張を行う。これらのトレーサビリティを図9に示す。図9の 1000 pF 参照標準器は恒温槽中に23℃で管理された空気標準キャパシタであり、安定度が良いが、その他の仲介標準器の安定度は十分評価されていない。そのため10  $\mu\text{F}$  キャパシタのみを校正する場合であっても、必ず1000 pF 参照標準器を起点に 1000 pF 仲介標準を校正し、その後測定1~4までの比較の連鎖で校正を行う。また、周波数 1 kHz における測定は商用周波数50 Hz の高調波雑音の影響を受けて安定度

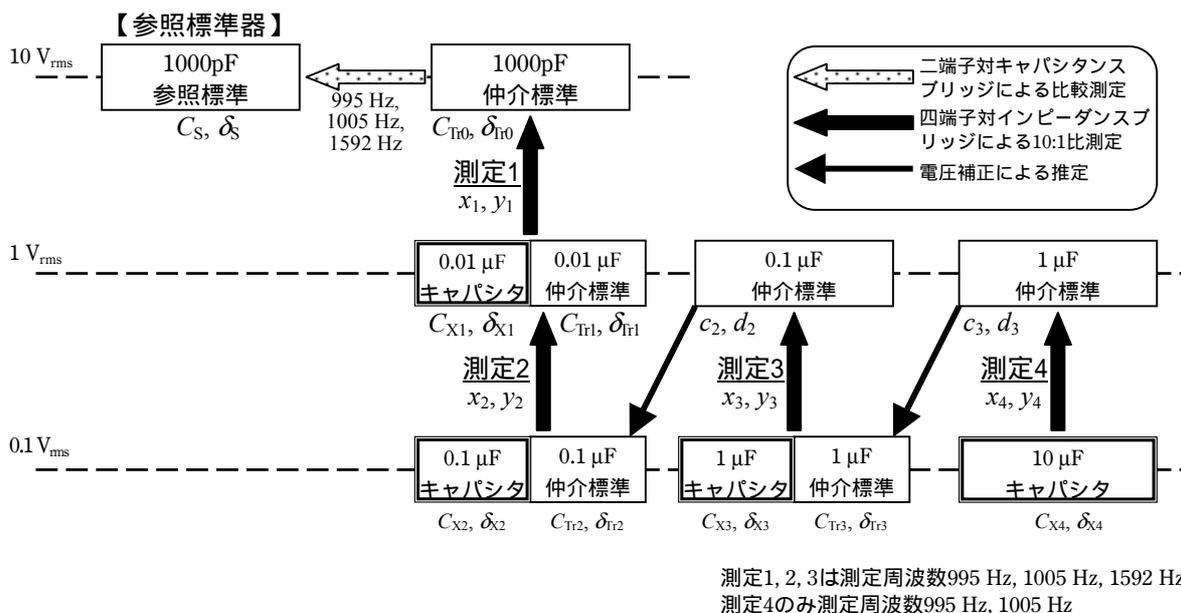


図9 10  $\mu\text{F}$  キャパシタから 1000 pF 参照標準に至るトレーサビリティ。

が落ちる．校正対象として想定するキャパシタのキャパシタンス及び損失角の, 1 kHz 付近の周波数に対する変化は線形と考えて十分なので, 実際は995 Hz と 1005 Hz での測定を行い, その平均を1 kHz における測定値とする．図9の左に示した電圧は, 測定時に器物に印加される電圧を示す．例えば 0.1 μF 仲介標準は測定2と測定3で印加電圧が異なるので, その電圧依存性を別途考慮する．

#### 4.2 仲介標準器

図9にみるように, NMIJでは, 仲介標準器として 1000 pF から 1 μF までの標準キャパシタを所有している．そのうち1000 pF 仲介標準は, 三端子空気標準キャパシタ (QuadTech社製1404-A) のコネクタを取り換えて, さらに同軸ケーブルを接続し, 二端子対素子にしたものである．

その他は, SunJEM製HCSシリーズ四端子対標準キャパシタである．この内部は, 定格温度係数と許容差がCH特性のセラミックキャパシタ (村田製作所製, RPEシリーズ) が, 所定のキャパシタンスを実現するように多数並列接続された構造である．保有する幾つかの標準キャパシタの特性を調べたところ, 室温 23 °C 付近での温度係数 +5 ~ 6 (μF/F)/K, 測定周波数 1 kHz での損失角 50 ~ 数 100 μrad であった．

#### 4.3 不確かさ評価

##### 4.3.1 10:1キャパシタンス比測定のモデル

まず公称値が10:1 ( $n = 10$ ) の関係にある2台のキャパシタ  $C_{10}$ ,  $C_1$  に関して, 四端子対インピーダンスブリッジを用いて,  $C_1$  を基準とした  $C_{10}$  のキャパシタンスと損失角を測定する場合のモデルを導出する．

ここでは以下の記号を使用する  $x, y, \alpha, \beta, a_{res}, b_{res}, a_{4TP}, b_{4TP}$  は無次元量である．

$$Y_{10}(= G_{10} + j B_{10}), C_{10}, \delta_{10};$$

$C_{10}$  のアドミタンス, キャパシタンス及び損失角 温度・湿度といった環境条件のほか, 印加電圧と測定周波数の関数と考えられる．

$$Y_1(= G_1 + j B_1), C_1, \delta_1;$$

$C_1$  のアドミタンス, キャパシタンス及び損失角．

$x, y$ :

四端子対インピーダンスブリッジの主平衡を得たときの, 基準電圧  $V_0$  に対する  $\Delta V$  の比の読み値  $\Delta V/V_0 = x - jy$

$\alpha, \beta$ :

10:1比変成器 (電圧巻線) の公称比からの偏差 (同相, 直角相成分)

$a_{res}, b_{res}$ :

測定の分解能に起因する  $x, y$  に対する補正量

$a_{4TP}, b_{4TP}$ :

四端子対定義条件の実現の不完全さに起因する  $x, y$  に対する補正量

はじめに, ブリッジで求めるアドミタンス比と, キャパシタンス・損失角の関係を明らかにする．単一周波数  $\omega = 2\pi f$  において  $G_{10} = B_{10} \cdot \tan \delta_{10}$ ,  $B_{10} = \omega C_{10}$  より, アドミタンス  $Y_{10}$  は,

$$Y_{10} = G_{10} + j B_{10} = j \omega C_{10} (-j \tan \delta_{10} + 1) = j \omega C_{10} (1 - j \tan \delta_{10}) \quad \dots(5)$$

$C_1$  への印加電圧が  $C_{10}$  の約10倍であることを除けば,  $Y_1$  についても同様であるので,

$$\frac{Y_{10}(V_0, f)}{Y_1(10V_0, f)} = \frac{C_{10}(V_0, f)(1 - j \tan \delta_{10}(V_0, f))}{C_1(10V_0, f)(1 - j \tan \delta_1(10V_0, f))} \quad \dots(6)$$

一方, 式(4)に原理を示した四端子対インピーダンスブリッジでは, 2つのインピーダンス素子のアドミタンス比が式(7)に示すように測定される．(式中  $x$  と  $y$  の符号は回路構成, すなわち  $\Delta V$  を与えるIT1の極性で決まる．)

$$\frac{Y_{10}(V_0, f)}{Y_1(10V_0, f)} = \frac{10(1 + \alpha + j\beta)}{1 - (x - jy + a_{res} + jb_{res} + a_{4TP} + jb_{4TP})} \quad \dots(7)$$

式(6), (7)から  $C_{10}$  のキャパシタンス及び損失角は式(8)のように表される．

$$\begin{aligned} & C_{10}(V_0, f)(1 - j \tan \delta_{10}(V_0, f)) \\ &= \frac{10C_1(10V_0, f)(1 - j \tan \delta_1(10V_0, f))(1 + \alpha + j\beta)}{1 - (x - jy + a_{res} + jb_{res} + a_{4TP} + jb_{4TP})} \quad \dots(8) \end{aligned}$$

さてここからは簡単のため, 式(8)が式(9)の一次近似式で  $10^{-7}$  までの精度で表せると仮定して議論を進める．( $\alpha, \beta, a_{res}, b_{res}, a_{4TP}, b_{4TP}$  に関しては, 高々  $10^{-6}$  オーダの量なので, 式(9)で十分妥当である．しかし,  $\beta, x, y$  の各量については  $2 \times 10^{-4}$  程度までを想定するので, 一次近似を適用する際は個々の場合で妥当性を吟味する必要がある．)

$$C_{10}(V_0, f)(1 - j \delta_{10}(V_0, f)) \cong 10C_1(10V_0, f)(1 + x + \alpha + a_{res} + a_{4TP}) \times (1 - j \delta_1(10V_0, f) - jy + j\beta + jb_{res} + jb_{4TP}) \quad \dots(9)$$

式(9)より, 求めるキャパシタンスと損失係数は次式で与えられる．

$$C_{10}(V_0, f) \cong 10 \cdot C_1(10V_0, f)(1 + x + \alpha + a_{res} + a_{4TP}) \quad \dots(10)$$

$$\delta_{10}(V_0, f) \approx \delta_1(10V_0, f) + y - \beta - b_{res} - b_{4TP} \quad \dots(11)$$

#### 4.3.2 各キャパシタンスと損失角の推定式

図9に示したように、NMIJでは1000 pF 参照標準を起点に、比較の連鎖でそれぞれ求めるキャパシタンスを推定する。

以下、図9を参照して各々の経路と推定値を示す。4.3.1 小節で用いた $x, y$ などの記号に、図9と対応して個々の測定が識別できるように添え字を付した。添え字は図9と対応している。周波数を添字などで明示していないが、 $\alpha, a_{res}, a_{4TP}$ などは、原理的に周波数 $f$ に依存するパラメータである。また無負荷で定義される分圧比 $\alpha, \beta$ は、測定対象のインピーダンスによらないので、全測定で共通である。

##### (1) 0.01 $\mu\text{F}$ キャパシタ ( $C_{X1}, \delta_{X1}$ )

0.01  $\mu\text{F}$  キャパシタのキャパシタンス・損失角は、1000 pF 仲介標準を基準に式(12)、(13)で与えられる。

$$C_{X1}(1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = 10 \cdot C_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) \left( 1 + x_1 + \alpha + a_{\text{res},1} + a_{4\text{TP},1} \right) \quad \dots(12)$$

$$\delta_{X1}(1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = \delta_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) + y_1 - \beta - b_{\text{res},1} - b_{4\text{TP},1} \quad \dots(13)$$

##### (2) 0.1 $\mu\text{F}$ キャパシタ ( $C_{X2}, \delta_{X2}$ )

$$C_{X2}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = 10^2 \cdot C_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) \left\{ 1 + \sum_{k=1}^2 x_k + 2\alpha + \sum_{k=1}^2 (a_{\text{res},k} + a_{4\text{TP},k}) \right\} \quad \dots(14)$$

$$\delta_{X2}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = \delta_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) + \sum_{k=1}^2 y_k - 2\beta - \sum_{k=1}^2 (b_{\text{res},k} + b_{4\text{TP},k}) \quad \dots(15)$$

##### (3) 1 $\mu\text{F}$ キャパシタ ( $C_{X3}, \delta_{X3}$ )

$$C_{X3}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = 10^3 \cdot C_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) \left\{ 1 + \sum_{k=1}^3 x_k + 3\alpha + \sum_{k=1}^3 (a_{\text{res},k} + a_{4\text{TP},k}) + c_2 \right\} \quad \dots(16)$$

$$\delta_{X3}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = \delta_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) + \sum_{k=1}^3 y_k - 3\beta - \sum_{k=1}^3 (b_{\text{res},k} + b_{4\text{TP},k}) + d_2 \quad \dots(17)$$

ここで、印加電圧が0.1  $\text{V}_{\text{rms}}$  から 1  $\text{V}_{\text{rms}}$  に変わることによる0.1  $\mu\text{F}$  キャパシタの相対的な変化量(電圧補正係数)を $c_2, d_2$ とした。これらも十分微小な量を想定している。

##### (4) 10 $\mu\text{F}$ キャパシタ ( $C_{X4}, \delta_{X4}$ )

$$C_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = 10^4 \cdot C_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) \left\{ 1 + \sum_{k=1}^4 x_k + 4\alpha + \sum_{k=1}^4 (a_{\text{res},k} + a_{4\text{TP},k}) + c_2 + c_3 \right\} \quad \dots(18)$$

$$\delta_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, f) = \delta_{\text{Tr0}}(10 \text{ V}_{\text{rms}}, f) + \sum_{k=1}^4 y_k - 4\beta - \sum_{k=1}^4 (b_{\text{res},k} + b_{4\text{TP},k}) + d_2 + d_3 \quad \dots(19)$$

なお、1 kHz の校正値は、995 Hz と1005 Hz の測定値の平均値より推定する。例えば 10  $\mu\text{F}$  キャパシタの1 kHz における校正値は、次式より求める。

$$C_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 1 \text{ kHz}) = (C_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 995 \text{ Hz}) + C_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 1005 \text{ Hz})) / 2 \quad \dots(20)$$

$$\delta_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 1 \text{ kHz}) = (\delta_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 995 \text{ Hz}) + \delta_{X4}(0.1 \text{ V}_{\text{rms}}, 1005 \text{ Hz})) / 2 \quad \dots(21)$$

#### 4.3.3 合成標準不確かさ

式(12)から式(21)より、合成標準不確かさはそれぞれ式(22)から式(29)で与えられる。各式中 $u\left(\sum_k x_k\right), u\left(\sum_k y_k\right)$ は原則5回以上の繰返し測定に基づいて、A タイプの評価により推定する。全測定で共通である10:1比変成器の公称比からの偏差は相関係数を1として考慮した。また不確かさの計算は高々3けたの精度でできればよいので、適宜  $C_{X1} \approx 10 C_{\text{Tr0}}$  などを利用した。

##### (1) 0.01 $\mu\text{F}$ キャパシタ

$$u_c^2(C_{X1}) = (10 \cdot u(C_{\text{Tr0}}))^2 + \left( C_{X1} \cdot u\left(\sum_{k=1}^1 x_k\right) \right)^2 + (C_{X1} \cdot u(\alpha))^2 + \sum_{k=1}^1 (C_{X1} \cdot u(a_{\text{res},k}))^2 + \sum_{k=1}^1 (C_{X1} \cdot u(a_{4\text{TP},k}))^2 \quad \dots(22)$$

$$u_c^2(\delta_{X1}) = u^2(\delta_{\text{Tr0}}) + u^2\left(\sum_{k=1}^1 y_k\right) + u^2(\beta) + \sum_{k=1}^1 u^2(b_{\text{res},k}) + \sum_{k=1}^1 u^2(b_{4\text{TP},k}) \quad \dots(23)$$

##### (2) 0.1 $\mu\text{F}$ キャパシタ

$$u_c^2(C_{X2}) = (10^2 \cdot u(C_{\text{Tr0}}))^2 + \left( C_{X2} \cdot u\left(\sum_{k=1}^2 x_k\right) \right)^2 + (2C_{X2} \cdot u(\alpha))^2 + \sum_{k=1}^2 (C_{X2} \cdot u(a_{\text{res},k}))^2 + \sum_{k=1}^2 (C_{X2} \cdot u(a_{4\text{TP},k}))^2 \quad \dots(24)$$

$$u_c^2(\delta_{X2}) = u^2(\delta_{Tr0}) + u^2\left(\sum_{k=1}^2 y_k\right) + (2u(\beta))^2 + \sum_{k=1}^2 u^2(b_{res,k}) + \sum_{k=1}^2 u^2(b_{4TP,k}) \quad \dots (25)$$

(3) 1  $\mu$ F キャパシタ

$$u_c^2(C_{X3}) = (10^3 \cdot u(C_{Tr0}))^2 + \left(C_{X3} \cdot u\left(\sum_{k=1}^3 x_k\right)\right)^2 + (3C_{X3} \cdot u(\alpha))^2 + \sum_{k=1}^3 (C_{X3} \cdot u(a_{res,k}))^2 + \sum_{k=1}^3 (C_{X3} \cdot u(a_{4TP,k}))^2 + (C_{X3} \cdot u(c_2))^2 \quad \dots (26)$$

$$u_c^2(\delta_{X3}) = u^2(\delta_{Tr0}) + u^2\left(\sum_{k=1}^3 y_k\right) + (3u(\beta))^2 + \sum_{k=1}^3 u^2(b_{res,k}) + \sum_{k=1}^3 u^2(b_{4TP,k}) + u^2(d_2) \quad \dots (27)$$

(4) 10  $\mu$ F キャパシタ

$$u_c^2(C_{X4}) = (10^4 \cdot u(C_{Tr0}))^2 + \left(C_{X4} \cdot u\left(\sum_{k=1}^4 x_k\right)\right)^2 + (4C_{X4} \cdot u(\alpha))^2 + \sum_{k=1}^4 (C_{X4} \cdot u(a_{res,k}))^2 + \sum_{k=1}^4 (C_{X4} \cdot u(a_{4TP,k}))^2 + \sum_{k=2}^4 (C_{X4} \cdot u(c_k))^2 \quad \dots (28)$$

$$u_c^2(\delta_{X4}) = u^2(\delta_{Tr0}) + u^2\left(\sum_{k=1}^4 y_k\right) + (4u(\beta))^2 + \sum_{k=1}^4 u^2(b_{res,k}) + \sum_{k=1}^4 u^2(b_{4TP,k}) + \sum_{k=2}^4 u^2(d_k) \quad \dots (29)$$

## 4.3.4 不確かさの要因

1 kHz における各要因の推定方法と不確かさの推定例を示す。

(1) 1000 pF 仲介標準のキャパシタンス及び損失角の不確かさ  $u(C_{Tr0})$ ,  $u(\delta_{Tr0})$ 

NMIJでは、量子化ホール抵抗を基準とした 1000 pF 参照標準を管理している。この1000 pF 参照標準を基準に、置換法により1000 pF 仲介標準を校正する。測定装置には二端子対キャパシタンスブリッジ<sup>21)</sup>を用い、原則5回以上繰返し測定を行う。1000 pF 仲介標準の校正値の不確かさは、1000 pF 参照標準の不確かさと、繰返し測定で得られた平均の実験標準偏差から推定するが、二端子対キャパシタンスブリッジを用いた置換測定の繰返し性は良いので、参照標準の不確かさ  $u(C_s)$ ,  $u(\delta_s)$  が支配的である。

1000 pF 参照標準は、校正周期半年、測定周波数 1.592 kHz、測定電圧 10 V<sub>rms</sub> にて校正管理されている。そこで測定周波数 1 kHz におけるキャパシタンス及び損失角は、あらかじめ評価した周波数補正を加えて推定する。その不確かさは、1.592 kHz における校正値の不確かさに加えて、周波数補正に起因する不確かさや校正周期半

年内の経時変化に起因する不確かさを考慮して、 $u(C_s) = 0.18$  [fF],  $u(\delta_s) = 6.0 \times 10^{-6}$  [ $\mu$ rad] と推定した。

(2) 変成器の10:1公称比からの偏差の不確かさ  $u(\alpha)$ ,  $u(\beta)$ 

十分に配慮して設計・製作した変成器の公称比からの比誤差は典型値で  $1 \times 10^{-7}$  オーダであることが知られている<sup>24)</sup>。これらの比誤差は、 $10^{-9}$  台の不確かさで校正することができる<sup>25)</sup>。

本ブリッジに使用した変成器は、図4に示した点P, Qを定義点として校正を行った。定義される範囲に、IT1が含まれているが、校正の際はIT1の入力を短絡した。測定周波数 995 Hz における10:1 比の校正結果は、 $\alpha = 0.070 \times 10^{-6}$ ,  $u(\alpha) = 0.007 \times 10^{-6}$ ,  $\beta = -0.45 \times 10^{-6}$ ,  $u(\beta) = 0.02 \times 10^{-6}$  であり、この結果を測定周波数 1005 Hz においてもそのまま利用した。

(3) 測定の分解能に起因する、 $\Delta V/V_0$ の不確かさ  $u(a_{res,k})$ ,  $u(b_{res,k})$ 

測定の分解能に起因する不確かさを、対象のアドミタンスに応じ2つの場合に分けて考慮した。

まず測定対象が 0.01  $\mu$ F, 0.1  $\mu$ F といった、アドミタンスの比較的小さな素子を本ブリッジで測定する場合は、 $\Delta V$ の分解能に起因する不確かさが支配的となる。四端子対インピーダンスブリッジでは零位法により平衡を検出しており、そこに系統的な誤差を生じる合理的な理由が想定できないので、その補正量の推定値  $a_{res,k} = 0$ ,  $b_{res,k} = 0$  とした。電圧  $\Delta V$  は誘導分圧器により、通常基準電圧  $V_0$  に対し、 $0.1 \times 10^{-6}$  以下の分解能で調整する。従って、不確かさ  $u(a_{res,k})$ ,  $u(b_{res,k})$  は区間幅  $\pm 0.1 \times 10^{-6}$  の一様分布を仮定し、 $0.06 \times 10^{-6}$  とした。

一方測定対象が 1  $\mu$ F, 10  $\mu$ F といった、アドミタンスの比較的大きな素子を測定する場合は、ブリッジの安定性が主要な不確かさになり、これをゼロ検出器であるロックイン増幅器の指示の振れ(分解能)から評価した。指示の振れの中心でヌルバランスを検出するので、その補正量の推定値  $a_{res,k} = 0$ ,  $b_{res,k} = 0$  とした。不確かさ  $u(a_{res,k})$ ,  $u(b_{res,k})$  は、これまでの経験をもとに  $0.2 \times 10^{-6}$  とした。

(4) 四端子対定義条件の実現の不完全さに起因する、 $\Delta V/V_0$ の不確かさ  $u(a_{4TP,k})$ ,  $u(b_{4TP,k})$ 

3節で詳述したとおり、同軸チョークや、電圧リードの電流調整用回路、combining network によって四端子対定義条件を満足する工夫がなされている。しかし、これらの動作は理想どおりではない。その実現の不完全さの影響を考慮した補正が必要であるが、ここでは補正量の期待値  $a_{4TP,k} = 0$ ,  $b_{4TP,k} = 0$  とした。また、補正量の不

四端子対インピーダンスブリッジを用いた標準キャパシタの校正法とその不確かさ

表2 四端子対定義条件の実現の不完全さに起因する不確かさ  $u(a_{4TP,k}), u(b_{4TP,k})$  (単位  $\mu\text{V/V}$ ) .

不確かさの要因	0.01 $\mu\text{F}$		0.1 $\mu\text{F}$		1 $\mu\text{F}$		10 $\mu\text{F}$	
	$u(a_{4TP,1})$	$u(b_{4TP,1})$	$u(a_{4TP,2})$	$u(b_{4TP,2})$	$u(a_{4TP,3})$	$u(b_{4TP,3})$	$u(a_{4TP,4})$	$u(b_{4TP,4})$
同軸チョークの不完全さ $u_1$ [ $\mu\text{V/V}$ ]	0.00	0.00	0.02	0.02	0.18	0.18	1.8	1.8
2つの補助調整の不完全さ $u_2$ [ $\mu\text{V/V}$ ]	0.08	0.10	0.08	0.10	0.08	0.10	0.1	0.1
combining network の調整の不完全さ $u_3$ [ $\mu\text{V/V}$ ]	0.04	0.07	0.04	0.07	0.04	0.07	0.0	0.1
RSS (root sum square) [ $\mu\text{V/V}$ ]	0.09	0.12	0.09	0.12	0.20	0.22	1.8	1.8

確かさを, 表2に示すとおり評価した. 原理的には  $a_{4TP,k}, b_{4TP,k}, u(a_{4TP,k}), u(b_{4TP,k})$  は周波数の関数であるが, ここでは995 Hz と 1005 Hz で一定とした.

表2に挙げた要因以外に, ケーブル効果に起因する誤差がある. しかしKibbleによれば1 kHz 付近での四端子対インピーダンス定義においては, ケーブル効果は $10^{-9}$  のオーダーであり<sup>26)</sup>, 無視できる.

以下, 表2に示した不確かさ評価の内訳について補足する.

(イ) 同軸チョークの不完全さ  $u_1(a_{4TP,k}), u_1(b_{4TP,k})$

同軸チョークの有効性を厳密に定量評価することは難しく, おおまかな定量評価法がCutkosky によって示されている程度である<sup>10)</sup>. しかも, そのCutkoskyの方法は, 全ての同軸チョークに対して個別に評価を行う必要があり, 煩雑であった. 製作したブリッジには装置内蔵の同軸チョークがあり, その評価が難しいという事情から, ここでは代わりに簡易的な評価を試みた. それは同軸チョークが不完全であるときに生じるコモンモード電流のうち, 四端子対キャパシタの各ポートから流れるものみに着目し, それらが  $\Delta V/V_0$  の成分  $x, y$  に対してどの程度

表3 四端子対インピーダンスブリッジにおけるコモンモード電流測定結果. コモンモード電流は, ブリッジからキャパシタに向かう方向を正とした. 0.01  $\mu\text{F}$  から 10  $\mu\text{F}$  までは, SunJEM製HCSシリーズ四端子対キャパシタを用いた. この場合, そのキャパシタンスによらず, ほぼコモンモード電流の対測定電流比は変わらない. 同軸チョークの仕様から想定される 1 [mA/A] のオーダーに比べ, 測定値は少し大きいものの概ね予想の範囲であった. 一方で 1000 pF を用いた測定のみコモンモード電流の対測定電流比が大きい. これは1000 pF のキャパシタとして, QuadTech製1404Aに長さ2.8 m のケーブルを接続した二端子対キャパシタを使用したために, 外部導体のインピーダンスが極めて大きくなっていることに起因すると推測される.

キャパシタ		コモンモード電流の対測定電流比 [mA/A]			
		1 $\mu\text{F}$	0.1 $\mu\text{F}$	0.01 $\mu\text{F}$	1000 pF
リード	HC ( $C_{10}$ )	-7.1	-6.3	-8.7	-49
	HP ( $C_{10}$ )	0.3	0.4	1.8	17
	LP ( $C_{10}$ )	2.2	1.4	2.4	21
	LC ( $C_{10}$ )	4.5	4.5	4.5	10

影響するかを推定する方法である. 本方法は理論的に厳密ではないが, その概略を述べる.

まず, 四端子対定義素子の各ポートにつながるケーブルを流れるコモンモード電流を直接測定した結果を表3に示す. 本測定では, 測定対象として主にSunJEM製 HCS シリーズ標準キャパシタを用い, ブリッジから測定対象の接続には, 長さ1 m の同軸ケーブル(SUHNER, S04233)を用いた.

次に  $x, y$  に対するコモンモード電流の影響を以下の3つの要因に分類し, 10  $\mu\text{F}$  キャパシタを想定して影響量を考察した.

(a) 二端子対回路モデルからの逸脱に起因する影響  $\epsilon_a$

二端子対回路モデルでは, 素子の中心導体と外部導体を流れる電流が等しいという前提のもと, 直接アドミタンスが定義される. コモンモード電流によりこの前提が成立しない場合の相対誤差を, コモンモード電流や素子を含む中心導体のアドミタンス, 外部導体のアドミタンスなどから推定した. この導出は付録2に示す.

(b) コモンモード電流が電圧リードを流れることにより生じる, 電圧降下の影響  $\epsilon_b$

中心導体を流れる電流は補助調整で0とするため, コモンモード電流による電圧降下は外部導体で生じると考えた. 外部導体のインピーダンスは, 配線した時のケーブルの幾何学的な形状に依存し, 厳密には求められない. ここでは配線に用いるケーブル(長さ1 m)の外部導体の抵抗 5 m $\Omega$ , インダクタンス 約 1.2  $\mu\text{H}$  として算出した.

(c) 周囲のケーブルなどを流れる電流により, 電圧ケーブルに誘導される起電力  $\epsilon_c$

相互誘導であるので各ケーブルの相対的な配置に影響量が依存するが<sup>27)</sup>, 同軸ケーブルであるためその大きさは上記2つの影響量に比べて十分小さいものと推定した. 結果として, 10  $\mu\text{F}$  の場合で  $|\epsilon_a| + |\epsilon_b| + |\epsilon_c| \approx 1.8 \mu\text{V/V}$  程度の影響があると推定した. そして, この影響量を補正せずに推定値0とするときの不確かさとしては, この1.8  $\mu\text{V/V}$  の偏りが支配的であろうことなどを勘案し, また慎重な立場に立って  $u(a_{4TP,4}) = u(b_{4TP,4}) = 1.8 \mu\text{V/V}$  と判断した. 上述した(a), (b), (c)の各影響量は, 素子のアド

ミタンスに概ね比例するので, この結果から 1 μF 校正において  $u(a_{4TP,3}) = u(b_{4TP,3}) = 0.18 \mu\text{V/V}$ , 0.1 μF 以下では無視できる程度と推定した.

(ロ) 2つの補助調整の不完全さ  $u_2(a_{4TP,k}), u_2(b_{4TP,k})$

理想的な補助調整は, 図4のDT1, DT2においてケーブルの内部導体を流れる電流のヌルバランスを実現する. そこで, その不完全さに起因する補正の期待値は0と考えた.

その不完全さに起因する不確かさは,ブリッジが平衡した状態で,補助調整の分解能に相当する最小調整単位分の電圧変化を加えたときに,主検出器に現れる電圧から推定した.補助調整の分解能は,微小電圧調整回路の分解能ではなく,ヌルバランスの安定度で決まる.補助調整は,微小電圧調整回路1と2の各々が二位相(同相成分,直角相成分)の可変電源を含み,計4つの独立した電源とみなせる.従って,それぞれの電源について個別に評価した結果の二乗和の平方根を算出した.測定の結果,  $u_2(a_{4TP,k}) = 0.08 \times 10^{-6}$ ,  $u_2(b_{4TP,k}) = 0.10 \times 10^{-6}$ を得た.

(ハ) Combining network の調整の不完全さ  $u_3(a_{4TP,k}), u_3(b_{4TP,k})$

Combining networkの調整も零位法により平衡を検出して行うので,その不完全さに起因する補正の期待値は0とした.また不完全さに起因する不確かさは,combining network調整の最小調整単位分の変化が主平衡に及ぼす影響量から推定した.測定の結果  $u_3(a_{4TP,k}) = 0.04 \times 10^{-6}$ ,  $u_3(b_{4TP,k}) = 0.07 \times 10^{-6}$ を得た.

(5) 仲介標準器の電圧補正の不確かさ

$$u(c_2), u(d_2), u(c_3), u(d_3)$$

仲介標準器に用いられるセラミックキャパシタのキャパシタンス・損失角の電圧依存性は小さく,信頼性の高い定量化には労力を要する.ここでは十分小さいとして補正の期待値を  $c_2 = c_3 = 0 [\mu\text{F/F}]$ ,  $d_2 = d_3 = 0 [\mu\text{rad}]$  とした.

その不確かさは,ブリッジの印加電圧を変えて測定したときの,  $\Delta V/V_0$  の成分  $x, y$  の変化を参考に判断した.所有するHCSシリーズの標準キャパシタに関して測定した結果から,ここでは  $u(c_2) = u(c_3) = 0.47 [\mu\text{F/F}]$ ,  $u(d_2) = u(d_3) = 0.21 [\mu\text{rad}]$  とした.

4.3.5 10 μF キャパシタに関する不確かさ評価例

確かさ評価の例として,10 μF 標準キャパシタのキャパシタンスの不確かさ推定例を表4に,損失係数の不確かさ推定例を表5に示す.

この例においては,  $s(\sum_k x_k), s(\sum_k y_k)$  ( $\Delta V/V_0$  の実測値の実験標準偏差)を周波数によらず,それぞれ  $1.5 \times 10^{-6}$ ,  $0.3 \times 10^{-6}$  と仮定して推定した.

表に示すように,キャパシタンスの相対合成標準不確かさ 2.0 [μF/F], 損失角の不確かさ 6.3 [μrad] と推定された.

4.3.6 校正・測定能力

0.01 μF から 1 μF まで同様に推定して得られた校正・測定能力を表6にまとめる.

表4 10 μF 標準キャパシタのキャパシタンスの不確かさ推定例.

不確かさ要因 Source of Uncertainty	シンボル Symbol	タイプ Type	測定回数 Number of repeated observations $n$	確率分布 Probability Distribution	標準不確かさ Standard Uncertainty $u(x_i)$	感度係数 Sensitivity Coefficient $c_i$	$ c_i u(x_i)$
1000 pF 仲介標準	$u(C_{Tr0})$	B		-	0.18 fF	10000	1.8 pF
$\Delta V/V_0$ (実測値 at 995 Hz)	$u(\sum x_k)$	A	5	-	0.67 μV/V	5 μF	3.4 pF
$\Delta V/V_0$ (実測値 at 1005 Hz)	$u(\sum x_k)$	A	5	-	0.67 μV/V	5 μF	3.4 pF
変成器の10:1比からの偏差	$u(\alpha)$	B		-	0.01 μV/V	40 μF	0.3 pF
測定の分解能に起因する不確かさ	$u(\sum a_{res,k})$	B		Rect	0.30 μV/V	10 μF	3.0 pF
四端子対定義条件の実現の不完全さ	$u(\sum a_{4TP,k})$			-	1.82 μV/V	10 μF	18.2 pF
(内訳) 同軸チョーク		B		-	1.81 μV/V		
(内訳) 補助調整		B		Rect	0.16 μV/V		
(内訳) combining network		B		Rect	0.08 μV/V		
仲介標準器の電圧補正に起因する不確かさ	$u(\sum c_k)$	B		-	0.66 μF/F	10 μF	6.6 pF
					合成標準不確かさ		20.2 pF
					相対合成標準不確かさ		$2.02 \times 10^{-6}$

四端子対インピーダンスブリッジを用いた標準キャパシタの校正法とその不確かさ

表5 10 μF 標準キャパシタの損失係数の不確かさ推定例 .

不確かさ要因 Source of Uncertainty	シンボル Symbol	タイプ Type	測定回数 Number of repeated observations $n$	確率分布 Probability Distribution	標準不確かさ Standard Uncertainty $u(x_i)$	感度係数 Sensitivity Coefficient $c_i$	$ c_i u(x_i)$
1000 pF 仲介標準	$u(\delta_{Tr0})$	B		-	6.00 μrad	1	6.00 μrad
$\Delta V/V_0$ (実測値 at 995 Hz)	$u(\Sigma y_k)$	A	5	-	0.13 μV/V	0.5	0.07 μrad
$\Delta V/V_0$ (実測値 at 1005 Hz)	$u(\Sigma y_k)$	A	5	-	0.13 μV/V	0.5	0.07 μrad
変成器の10:1比からの偏差	$u(\beta)$	B		-	0.02 μV/V	4	0.08 μrad
測定の分解能に起因する不確かさ	$u(\Sigma b_{res,k})$	B		Rect	0.30 μV/V	1	0.30 μrad
四端子対定義条件の実現の不完全さ	$u(\Sigma b_{4TP,k})$			-	1.83 μV/V	1	1.83 μrad
(内訳) 同軸チョーク		B		-	1.81 μV/V		
(内訳) 補助調整		B		Rect	0.20 μV/V		
(内訳) combining network		B		Rect	0.14 μV/V		
仲介標準器の電圧補正に起因する不確かさ	$u(\Sigma d_k)$	B		-	0.30 μrad	1	0.30 μrad
合成標準不確かさ							6.29 μrad

表6 四端子対インピーダンスブリッジを用いたキャパシタ校正における校正測定能力 (at 1 kHz) .

測定対象	校正・測定能力( $k=2$ )	
	キャパシタンス [μF/F]	損失角 [μrad]
0.01 μF	0.76	12
0.1 μF	0.79	12
1 μF	1.4	12
10 μF	4.0	13

5. 結言

計量標準総合センターでは、10 μF までの校正システムを整備した。周波数範囲がまだ 1 kHz 付近に限られるものの、その校正・測定能力は、例えば10 μF においてキャパシタンス 4.0 [μF/F]、損失角 13 [μrad] であり、これはJCSS登録事業者の技術能力を確認するのに十分である。既に立ち上がっているJCSS登録事業者とあわせると、1 kHz については海外に比肩する供給体制が整ったと考えられる。今後は、高周波側への拡張などにより、登録事業者が行う校正の信頼性向上に資することが検討される。

付録1. 四端子回路網によるCombining network の説明

標準器 (S) と校正器物 (X) を流れる電流が等しいという条件のもと、電圧比からインピーダンス比を求めるための条件を考える。すなわち、それぞれの素子から流れ出る  $I_L$  ( $I_{SL}$ ,  $I_{XL}$  とする) が等しい ( $I_{SL} = I_{XL}$ ) という条件で、 $V_H$  比が  $B$  パラメータの比を表す ( $B_S : B_X = V_{SH} : V_{XH}$ ) ための条件を考える。(あくまでも  $B$  パラメータの比を求

めるのであって、 $B$  パラメータそのものを求めるのではない。)

まず、 $V_{SH} = A_S V_{SL} - B_S I_{SL}$ ,  $V_{XH} = A_X V_{XL} - B_X I_{XL}$  であるから、 $B_S : B_X = V_{SH} : V_{XH}$  となるためには、

$$B_X (A_S V_{SL} - B_S I_{SL}) - B_S (A_X V_{XL} - B_X I_{XL}) = 0 .$$

条件  $I_{SL} = I_{XL}$  より、

$$B_X A_S V_{SL} - B_S A_X V_{XL} = 0$$

であればよい。 $B_S$ ,  $B_X$  はある定数として、これを実現する  $A_S$ ,  $A_X$ ,  $V_{SL}$ ,  $V_{XL}$  の解は不定である。四端子対定義条件  $V_{SL} = V_{XL} = 0$  も式を満たす一つの解であるが、今回の問題設定に対しては必要な条件ではないことが分かる。

今、式を満たす解として、次の解も考えられる。

$$\begin{cases} A_S = A_X \\ B_X / B_S = V_{XL} / V_{SL} \end{cases}$$

ここで  $A$  パラメータは出力開放逆方向電圧利得 (出力入力電圧比) であるから、この式は「逆方向電圧利得が等しい状態で出力電圧比をインピーダンス比に等しくすれば、入力電圧比もインピーダンス比に等しくなる」ことを述べているに過ぎない。

ここで、形等価回路で  $A$  パラメータは  $1 - Z_A Y_C = 1 - B Y_C$  で表されることを想起して書き直すと、

$$\begin{cases} B_X / B_S (= Z_{XA} / Z_{SA}) = Y_{SC} / Y_{XC} \\ B_X / B_S = V_{XL} / V_{SL} \end{cases}$$

であり、この条件を実現するものが、Combining network に他ならない。

付録2. コモンモード電流が生じている時に測定されるインピーダンス

コモンモード電流が四端子対定義インピーダンスに及ぼす影響は、図1(b)における $V_{HP}$  ( $V_H$ )から $I_{LC}$  ( $I_L$ )への伝達特性に現れる影響と、コモンモード電流のために電圧リードに生じる電位降下あるいは相互誘導起電力による $V_{HP}$  ( $V_H$ ),  $V_{LP}$  ( $V_L$ )の測定誤差に現れる影響の2つに分けて考えることができる。ここでは主に前者について考察する。

まずコモンモード電流が生じていない理想的な四端子回路の場合についてまとめる。ここでは、図2に示した四端子回路の $\pi$ 形等価回路のパラメータをアドミタンス $Y_A, Y_B, Y_C$ として考察する。アドミタンス行列で表現すると、

$$\begin{pmatrix} I_H \\ I_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_A + Y_B & -Y_A \\ Y_A & -(Y_A + Y_C) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix} \quad \dots(30)$$

従って厳密に四端子対定義条件を実現してアドミタンスを測定すると、式(31)のように直接アドミタンス $Y_A$ が得られる。また、電圧 $V_L=0$ の条件がわずかに崩れた場合、四端子回路を右側からみたときの短絡駆動点アドミタンス $Y_A + Y_C$ に比例した誤差が生じる。その相対誤差 $\varepsilon_{VL}$ は $Y_A \ll Y_C$ という条件で、 $V_L/V_H$ とそのまま電圧比で表される。

$$\left. \frac{I_L}{V_H} \right|_{V_L=0} = Y_A \quad \dots(31)$$

$$\frac{I_L}{V_H} = Y_A - (Y_A + Y_C) \frac{V_L}{V_H} \equiv Y_A (1 + \varepsilon_{VL}) \quad \dots(32)$$

$$\varepsilon_{VL} = - \left( 1 + \frac{Y_C}{Y_A} \right) \frac{V_L}{V_H} \approx - \frac{V_L}{V_H} \quad (\text{if } Y_C \ll Y_A) \quad \dots(33)$$

次に、コモンモード電流が生じている時は、入出力端子の各々で電流が対になっていないので、もはや四端子回路として取り扱うことができない。従って受動素子のみから構成されていても、6つのパラメータを考慮しなくてはならない。ここでは図10のように各端子間の伝達特性として6つのパラメータ $y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{23}, y_{24}, y_{34}$ をとる。コモンモード電流 $i_e$ が流れているとき、 $I_L/V_H$ から測定されるアドミタンスを求める。以下の各式から $v_1, v_2, v_3, v_4$ を消去して式(34)を得る。

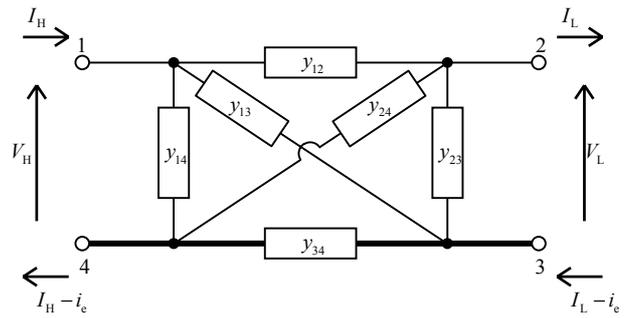


図10 二端子対(四端子対)定義におけるコモンモード電流の影響。

$$\begin{aligned} V_H &= v_1 - v_4 \\ V_L &= v_2 - v_3 \\ I_H &= (v_1 - v_2)y_{12} + (v_1 - v_3)y_{13} + (v_1 - v_4)y_{14} \\ I_L &= -(v_2 - v_1)y_{12} - (v_2 - v_3)y_{23} - (v_2 - v_4)y_{24} \\ I_L - i_e &= (v_3 - v_1)y_{13} + (v_3 - v_2)y_{23} + (v_3 - v_4)y_{34} \\ I_H - i_e &= -(v_4 - v_1)y_{14} - (v_4 - v_2)y_{24} - (v_4 - v_3)y_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} I_H \\ I_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{14} + (y_{12} + y_{13})(y_{24} + y_{34})S_y^{-1} & -(y_{12}y_{34} - y_{13}y_{24})S_y^{-1} \\ (y_{12}y_{34} - y_{13}y_{24})S_y^{-1} & -\{y_{23} + (y_{12} + y_{24})(y_{13} + y_{34})S_y^{-1}\} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (y_{12} + y_{13})S_y^{-1} \\ (y_{12} + y_{23})S_y^{-1} \end{pmatrix} i_e \quad \dots(34)$$

ここで、 $S_y = y_{12} + y_{34} + y_{13} + y_{24}$ とした。  
式(34)でコモンモード電流 $i_e=0$ の場合が式(30)に相当するから、式(34)は式(35)のように $\pi$ 形等価回路の3パラメータ $Y_A, Y_B, Y_C$ を利用して表せる。

$$\begin{pmatrix} I_H \\ I_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_A + Y_B & -Y_A \\ Y_A & -(Y_A + Y_C) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (y_{12} + y_{13})S_y^{-1} \\ (y_{12} + y_{23})S_y^{-1} \end{pmatrix} i_e \quad \dots(35)$$

従って、測定されるアドミタンスは、

$$\begin{aligned} \frac{I_L}{V_H} &= Y_A - \{Y_A + Y_C\} \frac{V_L}{V_H} + \frac{y_{12} + y_{23}}{S_y} \frac{i_e}{V_H} \\ &= Y_A (1 + \varepsilon_{VL}) + \frac{y_{34}^{-1}(y_{12} + y_{23})}{1 + y_{34}^{-1}(y_{12} + y_{13} + y_{24})} \frac{i_e}{V_H} \end{aligned} \quad \dots(36)$$

式(32)と比べると、右辺第2項がコモンモード電流による追加の誤差項となる。通常のアドミタンス標準素子においては、 $y_{34} \gg y_{12} \geq y_{13}, y_{24}$ の関係が成り立つと考えられる。このとき第2項の $I_L/V_H$ に対する相対値は、概ね

$$\left\{ \frac{y_{34}^{-1}(y_{12} + y_{23})}{1 + y_{34}^{-1}(y_{12} + y_{13} + y_{24})} \frac{i_e}{V_H} \right\} / \frac{I_L}{V_H} \approx \frac{y_{12}}{y_{34}} \frac{i_e}{I_L} \quad \dots(37)$$

で評価される。つまり、高アドミタンス素子(低インピ

ーダンス素子) ほど一定割合のコモンモード電流の影響が大きくなる。

なお、 $V_H$ 、 $V_L$ の測定誤差の影響は、例えば式(36)などから偏導関数を求めて議論できるがここでは省略する。

#### 参考文献

- 1) Y. Nakamura, M. Nakanishi and T. Endo: Measurement of Frequency Dependence of Standard Capacitors Based on the QHR in the Range Between 1 kHz and 1.592 kHz, IEEE Trans. Instrum. Meas. 50-2 (2001) 290-293.
- 2) 電子情報技術産業協会：2014年までの電子部品技術ロードマップ(社団法人電子情報技術産業協会, 2005) 78-91.
- 3) 藤本浩晃, 柳川光一, 信太正明：大容量四端子対標準コンデンサの開発と抵抗による値付け方法, 2001 NCSLI Japan Forum (NCSLI Japan, Tokyo, 2001) 47-52.
- 4) 天野俊紀：10  $\mu$ F, 100  $\mu$ F 大容量標準コンデンサの開発と性能, 2001 NCSLI Japan Forum (NCSLI Japan, Tokyo, 2001) 43-46.
- 5) A. Domae and Y. Nakamura: Calibration of Standard Capacitors of 0.01 - 1  $\mu$ F at NMIJ/AIST, 2004 CPEM Digest (IEEE, London, June 2004) 608-609.
- 6) 堂前篤志：交流抵抗標準, 産総研TODAY 4-6 (2006) 34-35.
- 7) Bureau International des Poids et Mesures, Appendix C - Home: <http://kcdb.bipm.org/AppendixC/>
- 8) R. D. Cutkosky: Four-Terminal-Pair Networks as Precision Admittance and Impedance Standards, Trans. IEEE Commun. Electron. 83 (1964) 19-22.
- 9) A.M Thompson: AC Bridge Methods for the Measurement of Three-Terminal Admittances, IEEE Trans. Instrum. Meas. IM-13 (1964) 189-197.
- 10) R. D. Cutkosky: Techniques for Comparing Four-Terminal-Pair Admittance Standards, J. Res. Natl. Bur. Stand. C 74C-3,4 (1970) 63-78.
- 11) 五十嵐隆士：変成器ブリッジの精密測定, エレクトロニクス 10-10 (1965) 1-6.
- 12) B. Hague and T. R. Foord: Alternating Current Bridge Methods (Pitman Publishing, London, 1971) 552-557.
- 13) R. D. Cutkosky: Active and Passive Direct-Reading Ratio Sets for the Comparison of Audio-Frequency Admittances, IEEE Trans. Instrum. Meas. IM-13-4 (1964) 243-250.
- 14) B. P. Kibble and G. H. Rayner: Coaxial AC Bridges (Adam Hilger Ltd, Bristol, 1984) 173-178.
- 15) B. P. Kibble and G. H. Rayner: Coaxial AC Bridges (Adam Hilger Ltd, Bristol, 1984) 5-11.
- 16) D. N. Homan: Applications of Coaxial Chokes to A-C Bridge Circuits, J. Res. Natl. Bur. Stand. C 72C-2 (1968) 161-165.
- 17) 堂前篤志, 中村安宏：四端子対インピーダンスブリッジにおける四端子対定義の検証, 平成18年電気学会全国大会(電気学会, 横浜, 2006年3月) 122-123.
- 18) 例えば, 小亀英己, 石亀篤司(小郷寛 原著): 基礎からの交流理論(電気学会, 東京, 2002) 143-144.
- 19) G. W. Small: Private communication
- 20) B. P. Kibble and G. H. Rayner: Coaxial AC Bridges (Adam Hilger Ltd, Bristol, 1984) 45-49.
- 21) B. Hague and T. R. Foord: Alternating Current Bridge Methods (Pitman Publishing, London, 1971) 65-67.
- 22) J.J.Hills and A.P.Miller: An A.C. Double Bridge with Inductively Coupled Ratio Arms for Precision Platinum-Resistance Thermometry, Proc. IEE 110-2 (1963) 453-458.
- 23) S. P. Giblin, J. H. Bellis and J. M. Williams: An Automated Coaxial Bridge for Calibration of AC Resistors, 2006 CPEM Digest (IEEE, Turin, July 2006) 528-529.
- 24) 菅野允:精密電気計測(コロナ社, 東京, 1994) 118-121.
- 25) 中村安宏：Two-stage型誘導分圧器の校正と不確かさ評価, 産総研計量標準報告 4-1(2005) 45-52.
- 26) B. P. Kibble and G. H. Rayner: Coaxial AC Bridges (Adam Hilger Ltd, Bristol, 1984) 35-36.
- 27) 菅野允:精密電気計測(コロナ社, 東京, 1994) 186-190.