

## 量子ホール効果抵抗標準の研究の現状

金子 晋久\*  
(2003年10月23日受理)

## A Survey on Quantized Hall Resistance Standards

Nobuhisa KANEKO

## Abstract

At present, the primary resistance standard is realized by quantized Hall resistance (QHR). Recently to achieve various resistance values, serial-parallel QHR arrays have been fabricated. For AC resistance standard, AC-QHR also has been under investigation. Research work ranging from the discovery and theories of quantum Hall effect to state-of-the-art QHR standards is reported.

## 概要

現在抵抗の1次標準は、量子化ホール抵抗によって実現されている。最近、量子ホール素子の直並列配列を用い、任意の抵抗値の標準を実現する研究が行われている。また交流の抵抗標準を目標とした、交流量子化ホール抵抗の研究も行われている。これらを含め、量子ホール効果の発見から量子ホール効果抵抗標準の現在の研究に至るまでを紹介する。

## 1. 序論

旧来直流抵抗標準は、クロスキャパシタの静電容量より、交流インピーダンスを通じて直流抵抗器に値付けされていた。1980年の量子ホール効果の発見<sup>1)</sup>により、現在1次標準はこの量子効果に置き換えられている。

通常、抵抗といった場合、物質の抵抗であり、その値は銀の $10^{-8}\Omega\cdot\text{m}$ を(超伝導体を除けば)最小の値として、 $10^8\Omega\cdot\text{m}$ 程度の絶縁体まで実に $10^{16}\Omega\cdot\text{m}$ の範囲にも及ぶ。これらの値は抵抗率であり、抵抗としてみたときは、その値はサイズに依存する。また、同じ物質を挙げても、温度などの環境条件だけでなく、その作成方法(合成、アニール条件)に依存して異なった値をとる。さらに経年変化(組成のミクロスコピックな変化、結晶構造の欠陥の移動、変化、結晶界面の移動、表面の酸化、変質などが原因)も存在する。よって通常、基準になる1 $\Omega$ 抵抗器は、非常に精密に温度コントロールされているオイルバスの中で群管理されている。このように抵抗器の作成、管理には注意深い考慮が必要であり、さらに定期的な校正が欠かせない。従来はクロスキャパシタを用いて

校正がなされていたが、量子化ホール抵抗を利用すると、複雑な手続きを経ず、直接的な校正が可能である。また、量子ホール効果は2次元電子系に本質的な量子効果であるため基本的にはサイズ、物質、作成条件などにはよらず、経年変化もなく、ユニバーサルな自然定数 $h/e^2$ ( $h$ はプランク定数、 $e$ は電子の素電荷)を実現できる。サイズ、物質やプラトー(後述)の違いによる不確かさは $3.5\times 10^{-10}$ 以下<sup>2)-4)</sup>である。一方代表的なクロスキャパシタの不確かさは $10^{-9}$ 程度で直流抵抗器への値付けにおいては $10^{-8}$ 程度となる。

強磁場下での2次元電子系におけるホール効果の量子化の可能性については安藤らにより最初の理論計算の結果<sup>5)</sup>が出され、川路らによりその確かな傾向が測定<sup>6)-8)</sup>された。直後に von Klitzing らによりホール抵抗値の精密測定<sup>9)</sup>が行われ、それがプラトーの領域で非常に高い精度で $h/e^2$ (von Klitzing 定数 $R_K$ )の整数分の1になっていることが指摘された(整数量子ホール効果)。その理論的証明についてはいくつかあり、安藤らによる理論の他に、Landauer-Büttikerの公式によるEdge stateを使った説明<sup>9)</sup>(後述)、Laughlin<sup>10)</sup>(後述)によるゲージ不変性を使った説明などがある。

von Klitzingの発見の2年後Tsui, Störmerらにより、より高い磁場で $1/3$ の分数のプラトー(抵抗値 $3h/e^2$ )および $1/3$ と $2/3$ での縦抵抗の減少が発見<sup>11)</sup>された(分数量子ホール効果)。これは直後にLaughlinがLaughlin波動関数により見事に説明<sup>12)</sup>し、磁場中での強い電子間相互作用の結果であることが示された。その後見つかった、非常に多くの分数のプラトー<sup>13)</sup>については、JaneによるComposite Fermionの理論<sup>14)</sup>で説明されている。これはLaughlin波動関数を一般化したものと理解でき、Composite Fermionという、磁束量子(flux quanta)を取り込んだ準粒子によって磁場中強相関電子系がよく記述できることを示している。分数量子ホール効果のも

\*計測標準研究部門 電磁気計測科

たらし物理へのインパクトは非常に大きく、多体の波動関数を直接的に書き下せることは衝撃であった。またこれに引き続き、低次元電子系を研究する理論家の夢でもあった分数統計、エニオン、朝長-Luttinger 液体などが実際に観測可能であることが明らかとなった。

標準の世界では量子化の流れから、この量子現象を抵抗の1次標準とすることが決定した。von Klitzing 定数は、国際度量衡委員会の勧告により1990年1月1日より世界共通の値  $R_{K-90} = 25812.807\Omega$  が用いられコンシステンシーがとられている。実際には、易動度が高く比較的实现が容易である GaAs/GaAlAs ヘテロ構造界面における2次元電子系の整数量子ホール効果が主に用いられている。この構造においては  $i=2$  ( $i$  はフェルミ面以下のランダウレベルの数)のプラトーにより実現される  $R_{K-90}/2 = 12906.4035\Omega$  の値が通常利用される(理由は後述)。本報告書では一般的なホール抵抗を  $R_{xy}$ 、量子化ホール抵抗を  $R_H$ 、またはプラトーを明示して  $R_H(i)$  と記す。標準供給では  $R_H(i) = R_{K-90}/i$  である。またとくに断らない限り、GaAs/GaAlAs ヘテロ構造を前提に議論を行う。この量子状態を各国標準研究所において定量的かつ再現性よく実現するためのガイドラインも発行されている<sup>15)</sup>。上記  $R_{K-90}/2$  の値を基準にして、Cryogenic Current Comparator (CCC, 極低温電流比較器, 液体ヘリウム温度4.2K で使用)および Direct Current Comparator (DCC, 直流電流比較器, 室温で使用)を用い、通常の抵抗器に値付けを行なっている。この報告書では、量子ホール効果の理論的説明に始まり、QHR, CCC を用いた標準供給, 直並列量子ホール素子および AC-QHR についての解説などを行う。

## 2. 量子ホール効果の原理と理論

1次元, 2次元, 3次元自由電子系の状態密度は, スピンの自由度を除くとそれぞれ,

$$D(E) = \frac{L}{2\pi} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{E_F}}, \quad (1)$$

$$D(E) = \frac{mS}{2\pi\hbar^2}, \quad (2)$$

$$D(E) = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E_F} \quad (3)$$

の形で表され, 2次元の場合は定数になることがわかる。ここで  $L, S, V$  はそれぞれの次元での試料のサイズ,  $m$  は電子の有効質量,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $E_F$  はフェルミエネルギーである。このような2次元電子系の面に垂直な方向に磁場  $B$  をかけると電子はサイクロトロン運動(振動数:  $\omega_c = eB/m$ )を起こし, 図1のように, ランダウレベルに分裂する。2次元電子系の状態密度がエネルギーによらないという式(2)の特殊性のため, すべてのランダウレベルは同じ状態数

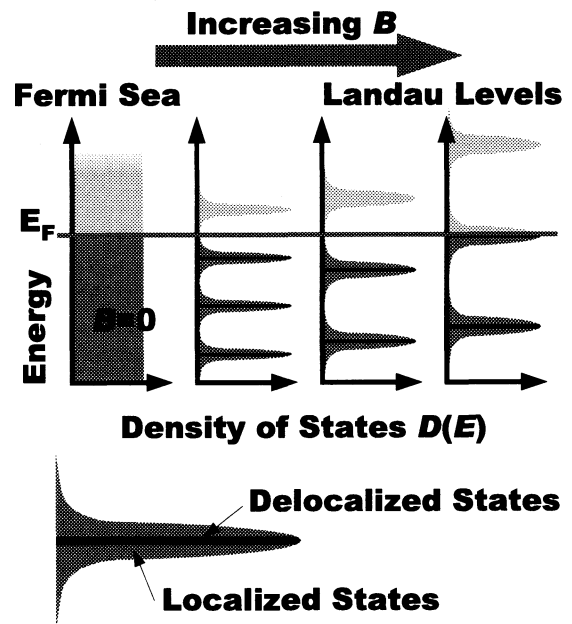


図1 磁場をかけた場合の2次元電子系状態密度のランダウレベルへの分離。それぞれのランダウレベルは中心部にのみ非局在状態を持つ。ランダウレベルのエネルギー準位は  $E_n = (n+1/2)\hbar\omega_c$ , エネルギー分裂は  $\hbar\omega_c = \hbar eB/m \gg k_B T$ .  $\omega_c = eB/m$  はサイクロトロン振動数。

$$\frac{m}{2\pi\hbar^2} \times \hbar\omega_c = \frac{eB}{2\pi\hbar} \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2\pi\ell^2} \quad (5)$$

を持つ。  $\ell = \sqrt{\hbar/eB}$  は磁気長と呼ばれるもので, 基底ランダウ準位のサイクロトロン半径であり, 波動関数の中心座標は  $2\pi\ell^2$  にひとつの割合で存在する。ここで, 前章で述べた  $i=2$  のプラトーを用いる理由が明らかとなる。つまり, 高磁場であればランダウレベルの分離が明瞭になるためプラトーが安定であること, さらに奇数の番号のプラトー (spin plateaus) は, 磁場によりランダウレベルがガーマン分裂して生まれるため, よく量子化されないことによる。よって,  $i$  の値は小さいほうがよくかつ偶数が望ましい, すなわち  $i=2$  となる。

2次元電子系を実現するには Si-MOSFET やヘリウム液面上の電子など, いくつかの方法があるが, 現在最も用いられているのは GaAs/AlGaAs のヘテロ構造である。図2にその構造を示す。この構造の利点は, ゲート電圧が原理的に不要であること, ドーパントのない GaAs の膜中に2次元電子系が発現するため, ポテンシャルによる乱れの少ない清浄な2次元電子系(電子の易動度が大きい)が作れることである。実際の量子ホール素子を図3に示す。通常ランダウレベルは不純物散乱などにより, 有限の幅を持っており, その中心部のみが非局在的な性質を持っている。その周りの局在電子は伝導に寄与しないため, ホールバーのホール抵抗または2端

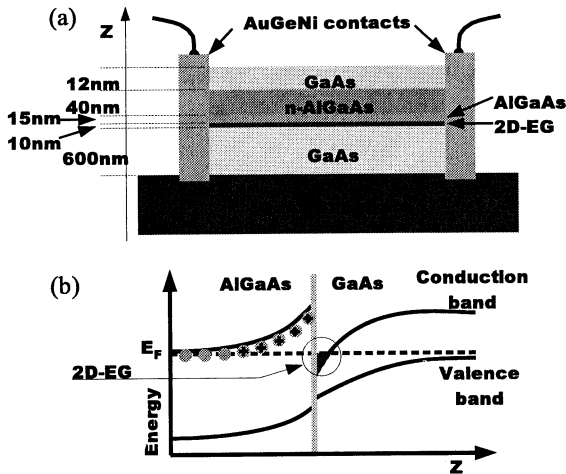


図2 (a) GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の概念図 膜厚は様々なバリエーションがあるが、ここではその一例を示す。キャリアをドーピングしていない GaAs と n 型 (通常は Si ドープ) AlGaAs の境界の GaAs 側に 10nm 程度の 2 次元電子系が形成される。その間の 15nm 程度のキャリアをドーピングしていない AlGaAs はドーパントによるポテンシャルの乱れを緩和するためのものである。またゲート電圧をかけて電子濃度を調整することも可能である。(b) エネルギーバンド構造 横軸は膜厚方向である。GaAs の伝導バンドがバンドベンディングにより界面付近でフェルミ面を横切る。

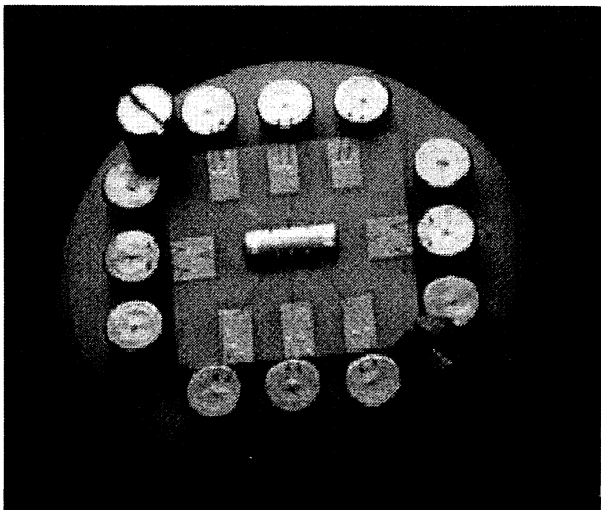


図3 サンプルホルダにマウントされた量子ホール素子 中央部にある素子のサイズは 2.2mm×0.4mm 程度である。長軸方向の 2 端子が電流端子、短軸方向の 6 端子が電圧端子である。

子抵抗がプラトーをもつ。

このことを説明するのに Laughlin によって考えられたアイデア<sup>10)</sup>を紹介する。図4のように、ホールバーの横端同士を繋いだループ上の 2 次元電子系を考え、それに垂直に磁場  $B$  がかかっているとす。電流  $I$  はこのループ上を流れる。この電流に付随する磁束  $\phi$  を考える。電流は、全エネルギー  $U$  の磁束での微分で表せるので、

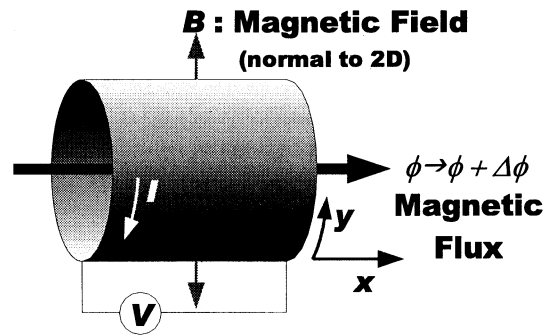


図4 Laughlin によって考えられたループ上の 2 次元電子系外部磁場はループの外側に向かった法線方向を向いている。

$$I = \frac{\partial U}{\partial \phi} \quad (6)$$

とかける。磁場  $B$  に対応するベクトルポテンシャルとしてランダウゲージ、

$$A = (0, Bx, 0) \quad (7)$$

を取る。  $\phi$  に対応したベクトルポテンシャルは、ストークスの定理より、  $R$  をループの半径として、

$$A_\phi = (0, -\phi/2\pi R, 0) \quad (8)$$

とできる。このとき

$$\phi \rightarrow \phi + \Delta\phi \quad (9)$$

とすると、これは電子系に直接かかる磁場  $B$  は変化しないが、ベクトルポテンシャルの変化を通じて電子波動関数  $\varphi$  のゲージ変換 (Aharonov-Born 位相) として現れる。

$$\varphi(\vec{r}) \rightarrow \varphi(\vec{r}) e^{iex(\vec{r})/\hbar}, \quad \chi(\vec{r}) = -\frac{\Delta\phi}{2\pi R}y \quad (10)$$

非局在状態の電子に対して波動関数が円筒を 1 周する場合、このゲージ変換が許されるためには、

$$\Delta\phi = \frac{h}{e} \times n \quad (n: \text{integer}) \quad (11)$$

でなくてはならない。また、局在状態に対しては連続的なゲージ変換が可能である。非局在状態の電子系に対して、ベクトルポテンシャルは上で述べたように、

$$A + A_\phi = (0, B(x - \phi/2\pi RB), 0) \quad (12)$$

となるので、  $\Delta\phi$  の効果は、系の  $x$  方向への  $\Delta x = \Delta\phi/2\pi RB$  の移動という形で表せる。  $n = 1$  とすると、

$$\Delta x = \frac{\Delta\phi}{2\pi RB} = \frac{\hbar^2}{R} = \frac{2\pi\ell^2}{2\pi R} \quad (13)$$

であり、式(5)からこれは波動関数の中心座標の  $x$  方向の間隔に等しい。よって  $\Delta\phi$  により、フェルミ面以下のランダウレベルの数  $i$  に等しい数の電子が一方の端子から流れ出し、もう一方の端子から流れ込む。端子間の電圧を  $V$  とすると、そのときのエネルギー変化は  $ieV$  で、式(6)から、

$$I = \frac{ieV}{h} = \frac{e^2}{h} \cdot i \cdot V \quad (14)$$

となりホール抵抗が量子化されることがわかる(ここで、伝導率テンソルの非対角成分は  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$  であるのでともに量子化されていることに注意)。つまり、非局在電子のゲージ普遍性のみからホール抵抗の量子化が証明されたことになる。また、計算機実験、ダイヤグラムを用いたセルフコンシステント摂動論、Nonlinear  $\sigma$  Model などによる結果でランダウレベルの中心を除きすべて局在すると結果が得られている。それら局在電子が伝導に寄与しないことから、プラトーの必然性がいえる。実験結果の1つを図5に示す。

これ以外の理論の中で、edge state に注目した Büttiker らによる説明<sup>9)</sup>は、応用面で利用しやすいので以下に簡略に述べておく。これは、端子を考慮にいれた場合の久保理論による電気伝導の微視的ハミルトニアンからも導くことができる。図6のようなホールバーを考える。フェルミ面は分離したランダウレベルの間に存在するものとする。無限大のポテンシャル(この場合は試料端)では含まれた2次元電子系では、

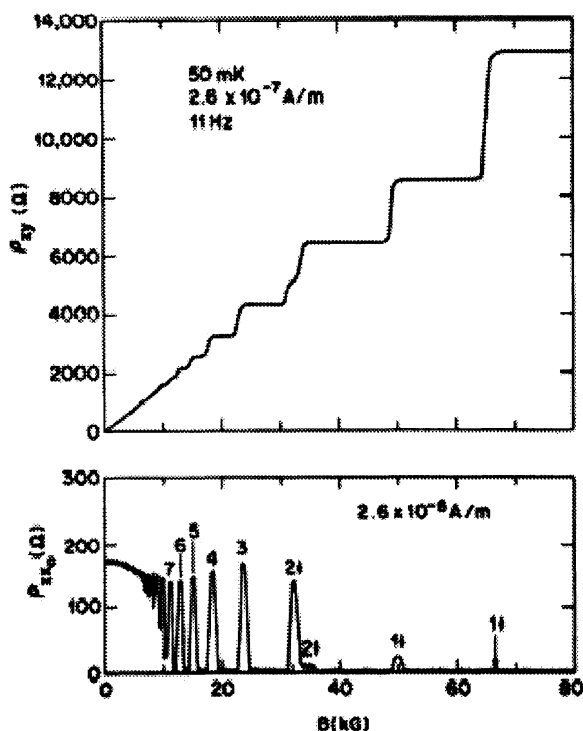


図5 整数量子ホール効果<sup>16)</sup> ホール抵抗と縦抵抗の磁場依存性。右端のプラトーが  $i = 2$  に対応する。

ランダウレベルは図7ようになる。つまり試料の中心付近でフェルミ面以下のランダウレベルの数を  $i$  とすると、試料端ではその  $i$  個の順位がフェルミレベルを横切ることになる。これは電子のサイクロトロン運動を考えるとボックスキャタリングのない1次元の電気伝導チャンネル(古典的にはスキッピング軌道)とみることが出来る。よって、Landauer-Büttiker の公式において、すべての端子でチャンネル数はフェルミレベル以下のランダウレベルの個数  $i$  となるので、端子番号  $n$  の電位、電流を  $V_n, I_n$  とすると、

$$I_n = \frac{ie^2}{h} \sum_{m, m \neq n} (V_n - V_m) \quad (15)$$

である。端子の電位は、図6において

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4, \quad (16)$$

$$V_5 = V_6 = V_7 = V_8, \quad (17)$$

$$-I = \frac{ie^2}{h} (V_1 - V_5) \quad (18)$$

となる。よって横方向に対向する電極同士のホール抵抗、4端子抵抗(縦抵抗)および2端子抵抗(電流端子間の抵抗)はそれぞれ、

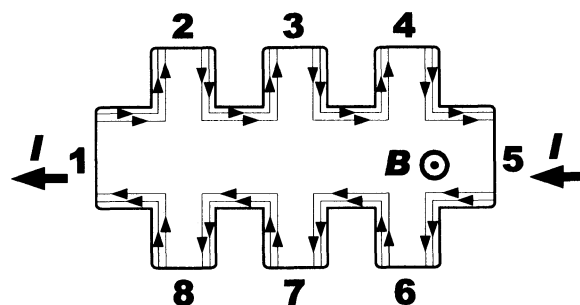


図6 ホールバーに形成される edge states の概略図 両端が電流端子、上下が電圧端子、番号は端子番号。矢印は edge states (1次元伝導チャンネル) を流れる電子の向きを示す。この図の場合  $i = 2$ 。

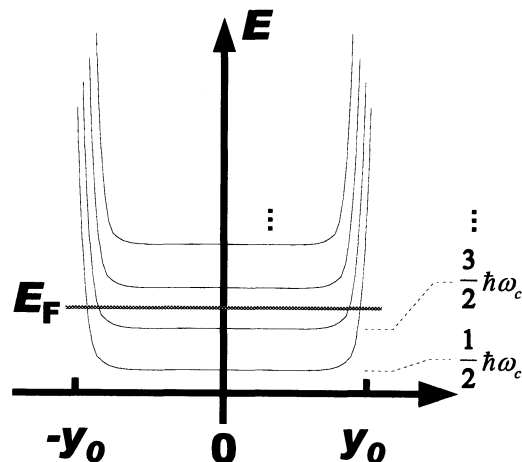


図7 端を考慮に入れた場合のランダウレベル ホールバーを電流に垂直方向に切った断面。試料の幅を  $2y_0$  とした。この図の場合  $i = 2$ 。

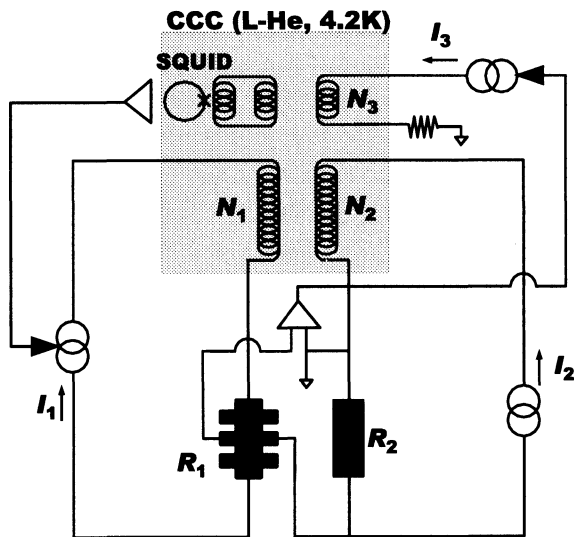


図8 極低温電流比較器 (CCC) 及びそれに接続されている抵抗器の概念図 枠で囲まれている部分が CCC で、液体ヘリウムに浸されている。

$$R_{xy} = R_H(i) = \frac{h}{ie^2}, \quad (19)$$

$$R_{xx} = 0, \quad (20)$$

$$R_{2probe} = \frac{h}{ie^2} \quad (21)$$

となり、量子化されることがわかる。この表現では端子を明示できるので応用には便利である。

### 3. 標準供給の流れ

前章のようにして実現できる量子化ホール抵抗 ( $i=2$ ,  $12906.4035\Omega$ ) を 1 次標準として、DCC および CCC を通じて標準供給がなされている。ここで CCC について説明しておく。CCC の構造は図 8 のようになっている。標準抵抗 (抵抗値  $R_1$  この図では量子ホール素子)、被測定抵抗 (抵抗値  $R_2$ ) を図のように接続する。2 つの抵抗間の電圧降下の差を増幅し第 3 の巻き線 (巻き数  $N_3$ ) に、対応する電流  $I_3$  を流す。残留磁束を SQUID で検出し標準抵抗の電源にフィードバックをかけ  $I_1$  を調整する。巻き数、電流および抵抗値の関係式は、

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 + N_3 I_3, \quad (22)$$

$$R_1 I_1 = R_2 I_2, \quad (23)$$

$$R_2 = R_1 \frac{N_2}{N_1} \left( 1 - \frac{I_3 N_3}{I_1 N_1} \right)^{-1} \quad (24)$$

となり、被測定抵抗 ( $R_2$ , 既知の公称値を持つ) の値が、標準抵抗 ( $R_1$ ), 巻き線比などから求められる。ここで、巻き線比が抵抗比 (標準抵抗の抵抗値と被測定抵抗の公称値の比) に出来るだけ近い値になるように設定しておく、抵抗値が

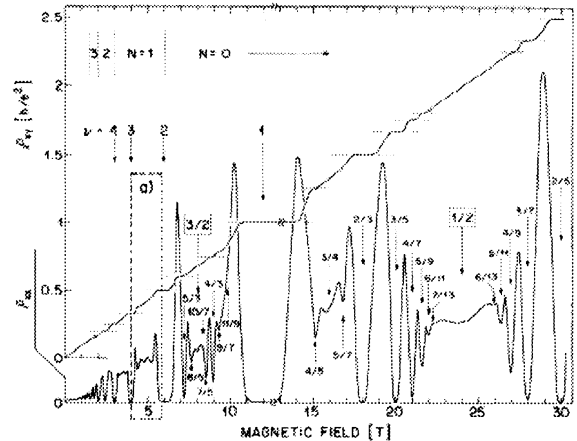


図9 分数量子ホール効果 ホール抵抗と縦抵抗の磁場依存性<sup>13)</sup>

非常に高い精度で決まる。たとえば、標準抵抗として、 $i=2$  の量子ホール抵抗 ( $12906.4035\Omega$ ), 被測定抵抗として、公称値が  $100\Omega$  の抵抗器を用いた場合 (抵抗比は約  $R_1/R_2 \approx 129.064$ ),  $N_1=2065$ ,  $N_2=16$  と選ぶと巻き線比は  $N_1/N_2=129.0625$  となる。このとき式 (24) の第 1 項ですでに 5 桁とれるので、電流  $I_3$  を 4 桁程度で決定できれば  $10^{-9}$  のオーダーの不確かさで被測定抵抗に値付けできる。ちなみに、CCC ブリッジそのものの Type B の不確かさは  $2.2 \times 10^{-10}$  程度であると考えられている<sup>3)</sup>。

このようにして、順に  $1\Omega$  まで CCC での値付けを行い、最終的に DCC で  $1\Omega$  群抵抗の値を決定する。量子化ホール抵抗測定システムおよび CCC などの極低温の機器類は長期にわたっての連続運転が困難なため、定期的にこの校正を行い、通常は上記の校正された  $1\Omega$  群抵抗から DCC で他の値の抵抗器の校正を行う。

### 4. 直並列ホール素子

前章のように現状は量子化ホール抵抗を基準にして、様々な抵抗器に CCC および DCC で値をつけているが、直接量子化ホール抵抗から CCC によって校正できる抵抗値は通常  $100\Omega$  などに限られている。そのため高抵抗、低抵抗では比較的大きな不確かさが生まれてくる。これを解決するため、将来的には、他の抵抗値についても量子標準からの直接校正が必要となってくるであろう。そのひとつの手段として、他のプラトーを用いるというアイデアもありうる。たとえば、分数量子ホール効果 (図 9 参照) も視野にいれると、 $i=1, 2, 3, 4, \dots$  だけでなく、 $i=1/3, 2/5, 3/5, 4/5, 2/7, 3/11, 6/23, 2/9, 10/21, \dots$  などとも考える。また、ホール素子の端子を様々な形で接続することにより、多様なプラトーを実現するというアイデアもある<sup>17)</sup>。しかしながらこれらのプラトーは比較的狭い磁場の範囲で出現するため不確かさが大きくなる可能性が高い。さらに条件 (極低温、高磁場、より易動度の高い試料など) も厳しいことや、任意の抵抗値が得られないという大きな欠点がある。

そこで、現在フランス BNM-LNE のグループを中心に考え

られているのが直並列量子ホール素子による抵抗標準(Quantum Hall Array Resistance Standard: QHARS)である<sup>18)-22)</sup>。これは多数の量子ホール素子を必要な抵抗値が実現できるように直列、並列またはそれを組み合わせた形で1つの素子の上を作り、任意の抵抗値を得るというアイデアである。図10に実際に作られた素子の写真を示し、100Ω素子の内部の概略を図11に示す。また、ホール抵抗の測定結果を図12に示す。このように100個単位で量子ホール素子を組み合わせた場合でも対応するプラトーは安定的に存在する。その不確かさは $5 \times 10^{-9}$ 程度<sup>20),21)</sup>であり標準供給に十分な性能を発揮することがわかっている。

このような素子では、多くの結線にもかかわらずその結線抵抗は $(r/R_H)^m$  ( $r$ は単一の結線の抵抗、 $m$ は結線数)の形で表され、結線の数が増えてもその影響は非常に小さい。さらにQHARSの場合、比較的大きな電流を流せることから、Type Aの不確かさを相対的に小さく出来る可能性がある。また、必要な抵抗値をQHARSで実現することにより、それと同じ公称抵抗値を持つ抵抗器の値付けにおいて、電流比較器による1:1比較が可能となる。つまり、標準抵抗(QHARS)

と抵抗器を交換して比較することにより、Type Bの不確かさを非常に小さく出来るという利点も併せ持つ。たとえば、2つのGaAs/AlGaAsヘテロ構造サンプルの $i=2$ のプラトーを直接1:1比較した実験<sup>9)</sup>では、長時間にわたって $4.74(11) \times 10^{-9}$ の安定した系統的な偏差が観測されたが、これはホール素子を交換することにより取り除くことができています。

これらの利点にも拘らず、測定結果を注意深く調べると、磁場の反転に対しての非対称性、また縦抵抗( $R_{xx}$ )がほぼ零になる磁場の範囲とホール抵抗 $R_{xy}$ のプラトーが出現する磁場範囲が完全には一致しないことがわかる(図13参照)。これらは主に $R_{xx}$ と $R_{xy}$ の混じりによるものと考えられている。上記のように100個単位のQHARSでは現在問題となっていないが、より多くの素子を組み合わせる場合にはこの点も解決する必要があるものと思われる。またこの様な場合や比較的複雑な回路設計が必要になった場合でも、量子ホール素子には等価回路(図14)が存在し、効率的に素子の設計が行えると考えられる。

## 5. 交流 QHR

QHRのもうひとつの重要な研究課題は交流QHR(AC-QHR)である。これについても概説しておく。交流を印加し

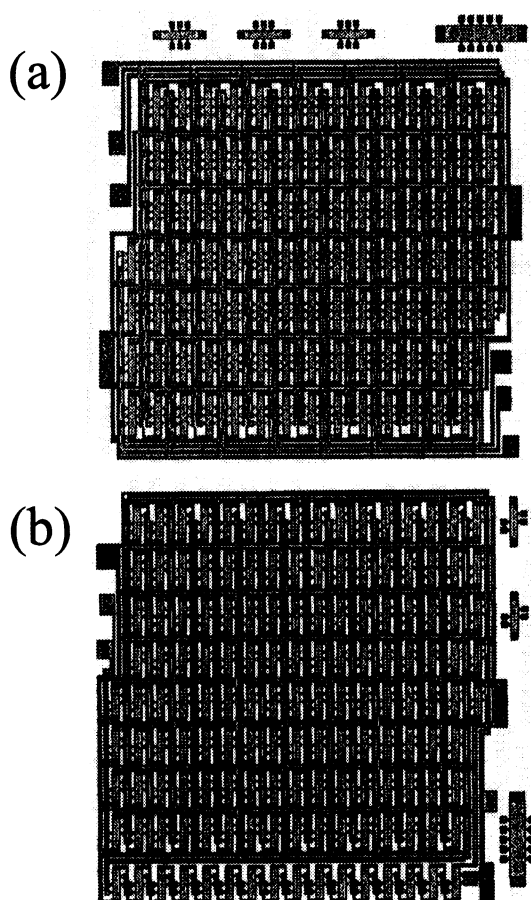


図10 (a) 129Ω素子<sup>20)</sup> 100個の直列につながれた量子ホール素子からなる。(b) 100Ω素子<sup>20)</sup> 129個の並列接続と16個の直列接続された量子ホール素子からなる。共に素子の一辺は1cm程度。

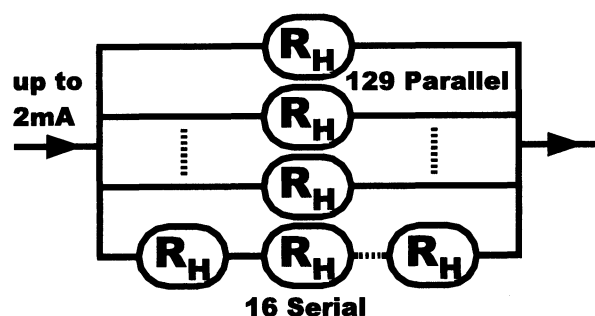


図11 100Ω素子(図10(b))の内部の概略図 129個の並列接続の素子と16個の直列接続の素子からなる。 $R_H$ は単一のホール素子を示す。

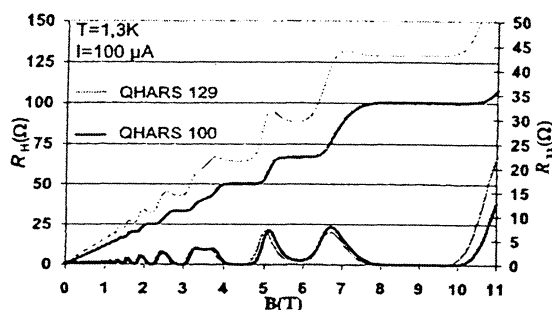


図12 129Ω素子および100Ω素子のホール抵抗、縦抵抗の磁場依存性<sup>20)</sup> 両素子とも8Tから10T付近で広い $i=2$ のプラトーが現れていることがわかる。

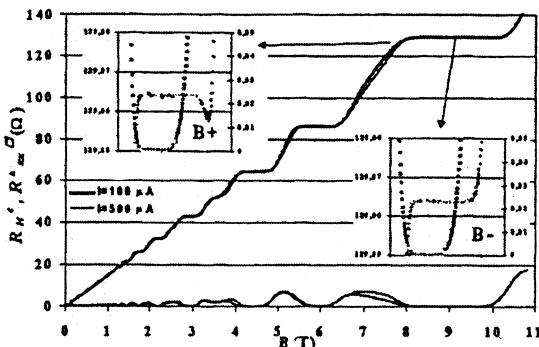


図13 129Ω素子のホール抵抗，縦抵抗の磁場反転非対称性<sup>22)</sup>

た場合にも，1986年にすでに34GHz付近まで量子状態が保たれることが示され<sup>29)</sup>，その後BIPMのDelahayeによって，数HzではDC-QHRと $10^{-9}$ のオーダーで一致することが見出された<sup>30),31)</sup>。また同時に周波数に依存した $10^{-7}$ kHz程度の偏差が確認されたが周波数をゼロに外挿することにより消去できることがわかっている<sup>32),33)</sup>。具体的には交流の場合プラトーはフラットにはならず，図15のようにプラトーの中心で極小値を取るようなカーブを描き，その形状は周波数に依存する。現在は，ヨーロッパの7つの国立標準研究所が合同(The European ACQHE Project)<sup>34)-36)</sup>で研究を行っている。ヨーロッパグループの最終的な目標は10pFのキャパシタンスの値付けで，その校正の流れは図16のようにになっている。現在例えばNMIJでは，DC-QHRにより校正された直流抵抗器から交流差を計算できるAC/DC抵抗器を通じてキャパシタンスに値付けされているが，AC-QHRを用いると直接的なルートで校正が出来る。現時点でEuropean ACQHE Projectでは $2.1 \times 10^{-7}$ の不確かさ(relative expanded uncertainty, confidence level 95%)で10pFのキャパシタの校正に成功<sup>35)</sup>しているが，DC-QHRまたはクロスキャパシタから校正した場合 $5 \times 10^{-8}$ 程度の不確かさで値付けできるため，これを置き換えるには至っていない。また，オーストラリアNML<sup>37)</sup>，NIST<sup>23)-25)</sup>などでもAC-QHRについて研究が行われている。ホール素子にゲート電極をつける<sup>38)</sup>こと(不必要との見解<sup>39)</sup>もある)や，ガードの取り方，浮遊容量の見積もり，漏れ電流など，多くの問題<sup>24),25)</sup>があるが今後の研究の進展が期待される。

6. まとめ

以上，量子ホール効果の歴史，原理から最近の直並列素子，AC-QHRの現状についてまとめた。将来，DC-QHRについては，QHARSを用い直接1:1比較により，抵抗器に値付けを行うことが主流になっていくと思われる。その場合，ニーズに対応した高精度な抵抗値の供給も可能となり，応用範囲が広がることが期待される。低ノイズ，低振動の閉鎖循環型で連続運転可能な冷凍機が開発されれば，これらの抵抗の

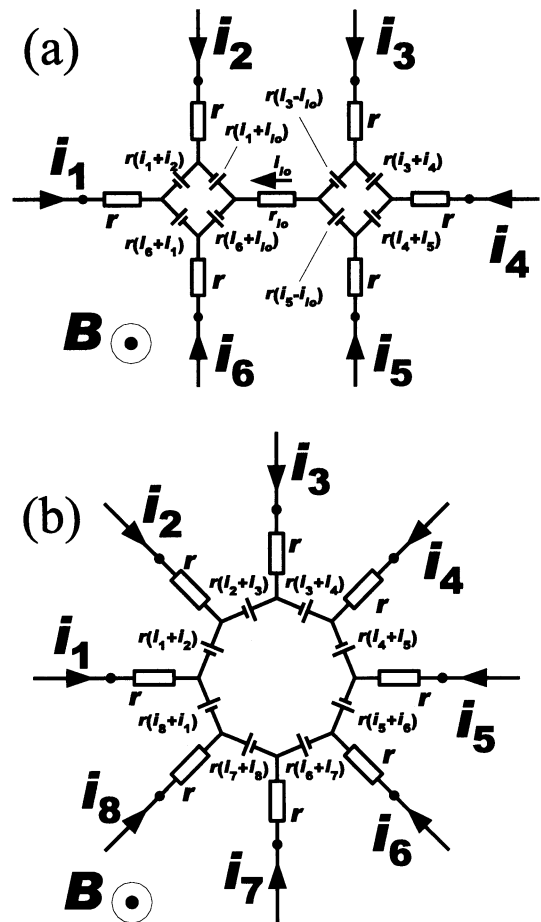


図14 量子ホール素子が量子ホール状態にあるときの等価回路 (a) 初期に考案されたdiamond-arrayと呼ばれるもの<sup>26),27)</sup> 端指数を増やすには“diamond”を直列につなぐ。ここでは6端子のものを示す。(b)ring-arrayと呼ばれるもの<sup>18),27)</sup> ここでは8端子のものを示す。多くの場合(b)のタイプが利用されているが，AC-QHRでは主に(a)のタイプが用いられている。これはAC-QHRで問題となる縦抵抗はdiamond-arrayには明示( $r_{10}$ )されているが，通常ring-arrayでは無視されていることによる。これをring-arrayの回路に入れると計算が非常に複雑になる<sup>23)-25)</sup>。  $r = R_H(i)/2$  ( $i=2$ の場合6453.20175Ω)。

供給は非常に高品質に保たれ，標準の維持，メンテナンスも容易になることが予想される。また，QHARSを多層にする研究<sup>28)</sup>も行われており，キャリア濃度，易動度が均一な多層膜が作成可能になれば，より多くのバリエーションが可能になるであろう。AC-QHRについてはまだ研究段階ではあるが，将来的には，ACの抵抗標準として確立することが期待される。

参考文献

1) K. von Klitzing, G. Gorda and M. Pepper: New

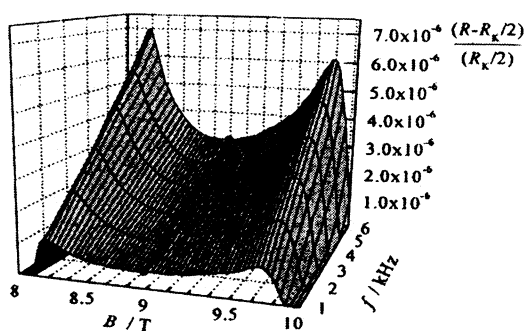


図15 AC-QHR での  $i=2$  プラトローの周波数依存性<sup>35)</sup>

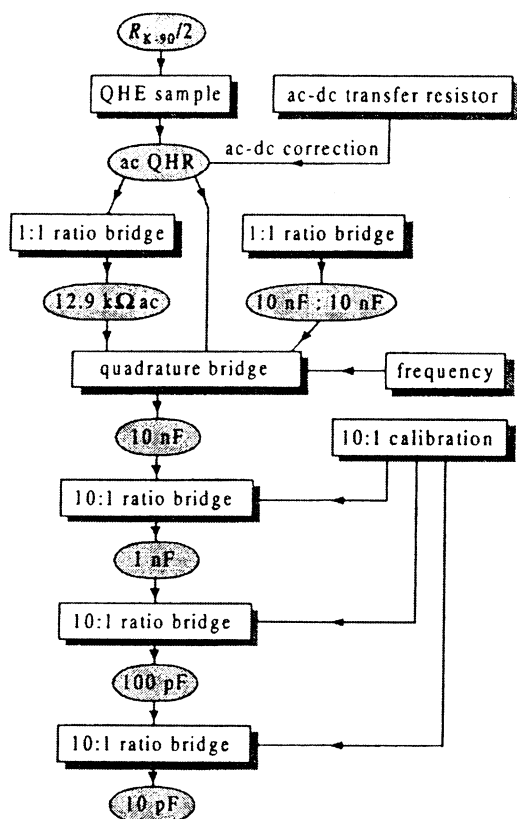


図16 European ACQHE Project で考えられている AC-QHR ( $R_{k-90}$ ) からキャパシタンスへの校正の流れ<sup>35)</sup>

Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 494-497.

2) A. Hartland, K. Jones and J. M. Williams: Direct comparison of the quantized Hall resistance in gallium arsenide and silicon, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 969-973.  
 3) B. Jeckelmann, A. D. Inglis and B. Jeanneret: Material, Device, and Step Independence of the Quantized Hall Resistance, IEEE Trans. Instrum. Meas. **44** (1995) 269-

272.

4) B. Jeckelmann and B. Jeanneret: The quantum Hall effect as an electrical resistance standard, Rep. Prog. Phys. **64** (2001) 1603-1655.  
 5) T. Ando, Y. Matsumoto and Y. Uemura: Theory of Hall Effect in a Two-Dimensional Electron System, J. Phys. Soc. Jpn. **39** (1975) 279-288.  
 6) J. Wakabayashi and S. Kawaji: Hall Effect in Silicon MOS Inversion Layers under Strong Magnetic Fields, J. Phys. Soc. Jpn. **44** (1978) 1839-1849.  
 7) 川路伸治: 量子化ホール伝導率の観測に至るまで, 応用物理 **58** (1989) 500-513.  
 8) Bodo Huckestein: Scaling theory of the integer quantum Hall effect, Rev. Mod. Phys. **67** (1995) 357-396.  
 9) M. Büttiker: Absence of Backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors, Phys. Rev. B **38** (1988) 9375-9389.  
 10) R. B. Laughlin: Quantized Hall conductivity in two dimensions, Phys. Rev. B **23** (1981) 5632-5633.  
 11) D. C. Tsui, H. L. Stormer and A. C. Fossard: Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit, Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 1559-1562.  
 12) R. B. Laughlin: Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations, Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 1395-1398.  
 13) R. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Störmer, D. C. Tsui, A. C. Gossard and J. H. English: Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum Hall effect, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 1776-1779.  
 14) J. K. Jain: Composite-Fermion Approach for the Fractional Quantum Hall Effect, Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 199-202.  
 15) F. Delahaye: Technical Guidelines for Reliable Measurements of the Quantized Hall Resistance, Metrologia **26** (1989) 63-68, F. Delahaye and B. Jeckelmann: Revised technical guidelines for reliable dc measurements of the quantized Hall resistance, Metrologia **40** (2003) 217-223.  
 16) M. A. Paalanen, D. C. Tsui and A. C. Gossard: Quantized Hall effect at low temperatures, Phys. Rev. B **25** (1982) 5566-5569.  
 17) F. F. Fang and P. J. Stiles: Quantized magnetoresistance in multiply connected perimeters in two-dimensional systems, Phys. Rev. B **29** (1984) 3749-3751, F. F. Fang and P. J. Stiles: Quantized magnetoresistance in two-dimensional electron systems, Phys. Rev. B **27** (1983) 6487-6488.  
 18) François Delahaye: Series and parallel connection of



- multiterminal quantum Hall-effect devices, *J. Appl. Phys.* **73** (1993) 7914-7920.
- 19) F. P. M. Piquemal, J. Blanchet, G. Genevès and J. P. André, A First Attempt to Realize (Multiple-QHE Devices)-Series Array Resistance Standards, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **48** (1999) 296-300.
  - 20) W. Poirier, A. Bounouh, F. Piquemal and J. P. André: New Generation of Quantum Hall Array Resistance Standards, *IEEE CPEM digest* (2002) 534-535.
  - 21) W. Poirier, A. Bounouh, K. Hayashi, H. Fhima, F. Piquemal and G. Genevès:  $R_k/100$  and  $R_k/200$  quantum Hall array resistance standards, *J. App. Phys.* **92** (2002) 2844-2854.
  - 22) W. Poirier, K. Hayashi, H. Fhima, F. Piquemal, J. P. André, QHE array resistance standards down to 129  $\Omega$ , *IEEE CPEM digest* (2000) 517-518.
  - 23) M. E. Cage and A. Jeffery, R. E. Elmquist and K. C. Lee: Calculating the Effects of Longitudinal Resistance in Multi-Series-Connected Quantum Hall Effect Devices, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103** (1998) 561-592.
  - 24) M. E. Cage and A. Jeffery: A Problem in AC Quantized Hall Resistance Measurements and a Proposed Solution, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **103** (1998) 593-604.
  - 25) M. E. Cage and A. Jeffery: Equivalent Electrical Circuit Representations of AC Quantized Hall Resistance Standards, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **104** (1999) 529-556.
  - 26) B. W. Ricketts, P. C. Kemeny: Quantum Hall Effect devices as circuit elements, *J. Phys. D* **21** (1988) 483-487.
  - 27) A. Jeffery, R. E. Elmquist and M. E. Cage: Precision Tests of a Quantum Hall Effect device DC Equivalent Circuit Using Double-Series and Triple-Series Connections, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **100** (1995) 677-685.
  - 28) A. Bounouh, W. Poirier, F. Piquemal, G. Genevès and J. P. André: Quantum Resistance Standards With Double 2DEG, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **52** (2002) 555-558, A. Bounouh, W. Poirier, F. Piquemal, G. Genevès and J. P. André: Quantum Resistance Standards With Double 2DEG, *IEEE CPEM digest* (2002) 240-241.
  - 29) F. Kuchar, R. Meisels, G. Weimann and W. Schlapp: Microwave Hall conductivity of the two-dimensional electron gas in GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , *Phys. Rev. B* **33** (1986) 2965-2967.
  - 30) F. Delahaye: An AC-Bridge for Low-Frequency Measurements of the Quantized Hall Resistance, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **40** (1991) 883-888.
  - 31) F. Delahaye: Accurate AC Measurements of the Quantized Hall Resistance from 1 Hz to 1,6kHz, *Metrologia* **31** (1995) 367-373.
  - 32) S. W. Chua, A. Hartland, B. P. Kibble: Measurement of the ac quantized Hall resistance, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **48** (1999) 309-313.
  - 33) J. Schurr, J. Melcher: Frequency and Current Coefficients of the AC Quantum Hall Resistance, *CPEM digest* (2002) 538-539.
  - 34) J. Melcher, J. Schurr, K. Pierz, J. M. Williams, S. P. Giblin, F. Cabiati, L. Callegaro, G. C. Marullo, C. Cassiago, B. Jeckelmann, B. Jeanneret, F. Overney, J. Boháček, J. Říha, O. Power, J. Murray, M. Nunes, M. Lobo and I. Godinho: The European ACQHE Project: Modular System for the Calibration of Capacitance Standards Based on the Quantum Hall Effect, *IEEE CPEM digest* (2002) 250-251.
  - 35) J. Melcher, J. Schurr, K. Pierz, J. M. Williams, S. P. Giblin, F. Cabiati, L. Callegaro, G. C. Marullo, C. Cassiago, B. Jeckelmann, B. Jeanneret, F. Overney, J. Boháček, J. Riha, O. Power, J. Murray, M. Nunes, M. Lobo and I. Godinho: The European ACQHE Project: Modular System for the Calibration of Capacitance Standards Based on the Quantum Hall Effect, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **52** (2003) 563-568.
  - 36) J. Schurr, J. Melcher, A. von Campenhausen, K. Pierz, G. Hein and F. J. Ahlers: Loss Phenomena in the AC Quantum Hall Effect, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **50** (2001) 214-217.
  - 37) B. W. Ricketts, H. L. Johnson and J. R. Fiander: Four port AC QHR measurements, *IEEE CPEM digest* (2002) 542-543.
  - 38) F. Overney, B. Jeanneret and B. Jeckelmann: Effect of Metallic gates on AC Quantum Hall measurements, *CPEM digest* (2002) 540-541.
  - 39) A. D. Inglis, B. M. Wood, M. Côté, R. B. Young, M. D. Early: Plateaux Flatness in the ACQHR: Do Gates Really Help?, *CPEM digest* (2002) 536-537.

