

不確かさ評価セミナー

基本的な不確かさ評価と真の意味

産業技術総合研究所 計量標準総合センター

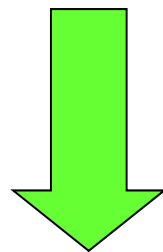
田中秀幸

このセミナーの目的

- その1:最も基本的な不確かさ評価セミナー
全く不確かさのことを知らない人でも不確かさとは何かがある程度理解できるセミナー。タイトルが黒字のスライド。
- その2:基本的な不確かさの解説の裏にある
真の不確かさの意味を説明するセミナー
簡単に解説した説明の裏側で本当はどういうことが考慮されているかを説明するセミナー。タイトルが赤字のスライド。

不確かさとは (GUM・VIM2)

不確かさ・・・測定の結果に付随した，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ。



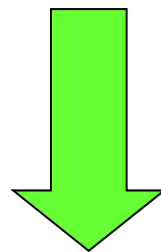
簡単に言うと

不確かさ・・・ばらつきを特徴づけるパラメータ

不確かさは，測定のばらつきを表す！

不確かさとは(VIM3)

不確かさ・・・用いる情報に基づいて、測定対象量に帰属する量の値のばらつきを特徴付ける負ではないパラメータ。



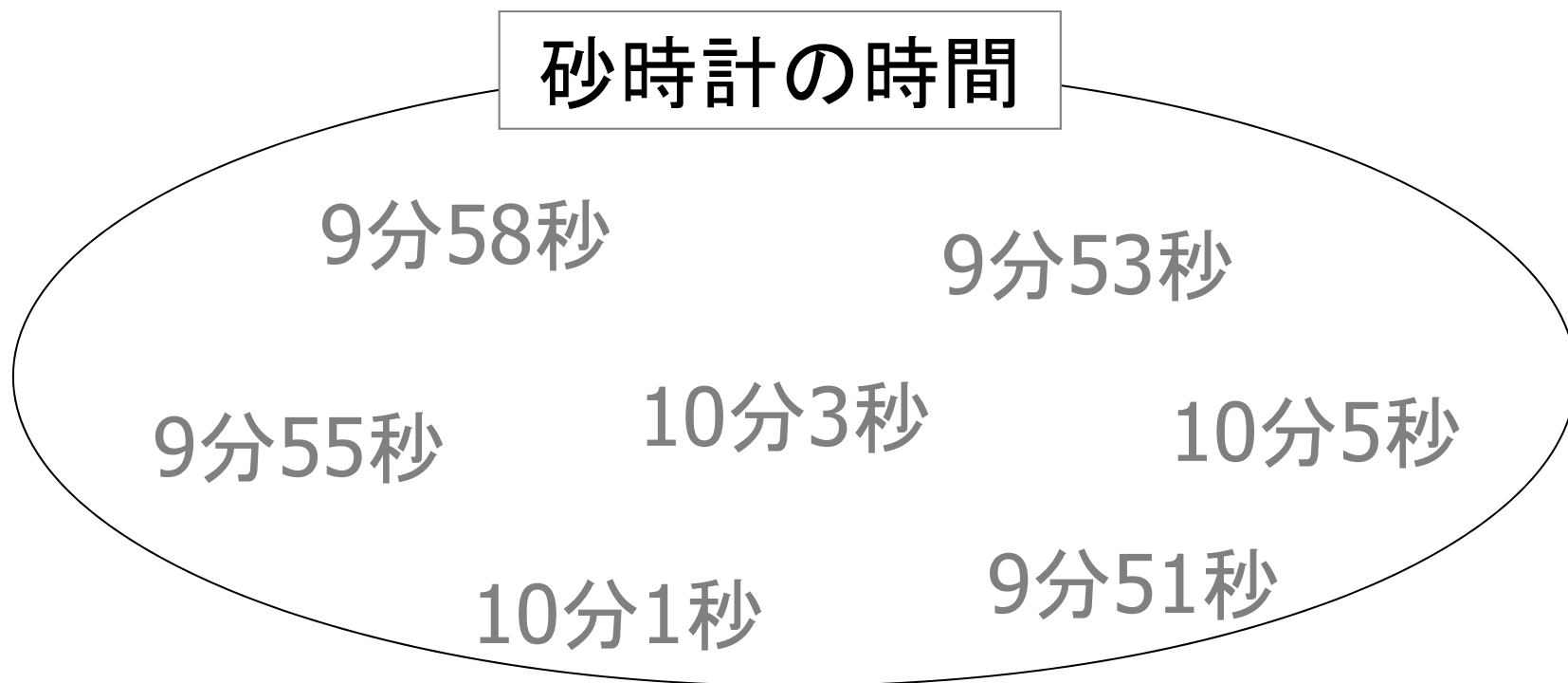
簡単に言うと

不確かさ・・・ばらつきを特徴づけるパラメータ

不確かさは、測定のばらつきを表す！

ばらつきとは

同じ測定を繰り返した場合であっても、必ずしも同じ測定結果が得られ続けるとは限らない



ばらつきとは

体温計で体温を測ったら、



37.2 °C

と表示された。

これは、体温が37.15 °Cから37.25 °Cの間にあることを示している。

よって、「体温は、37.15 °C～37.25 °Cのどこに値があるか分からない」ということである。これはばらつきと同等であると考えられる。

ばらつきと未知のかたより

- 不確かさでいう「ばらつき」は普段用いている「ばらつき」とは異なるものも含まれる。

知識の曖昧さから来るもの

・金属棒の長さ測定における温度測定

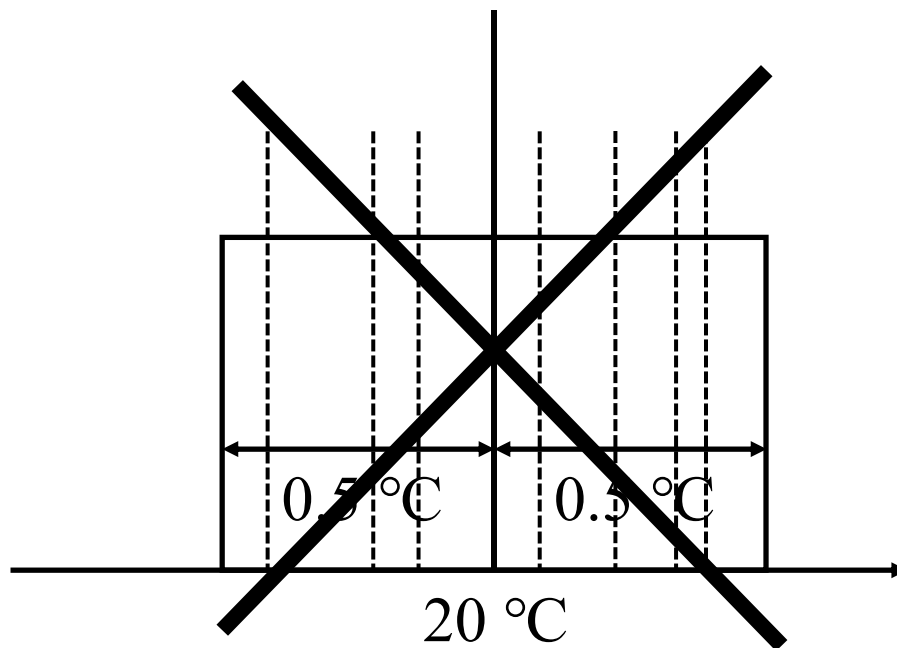
デジタル温度計が $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ と表示していた。

これは温度が $19.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ から $20.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ の間に存在するということを表す。つまり、 $19.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ から $20.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ の間のどこかに温度が存在するのであるから、これは $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ からのかたよりである。

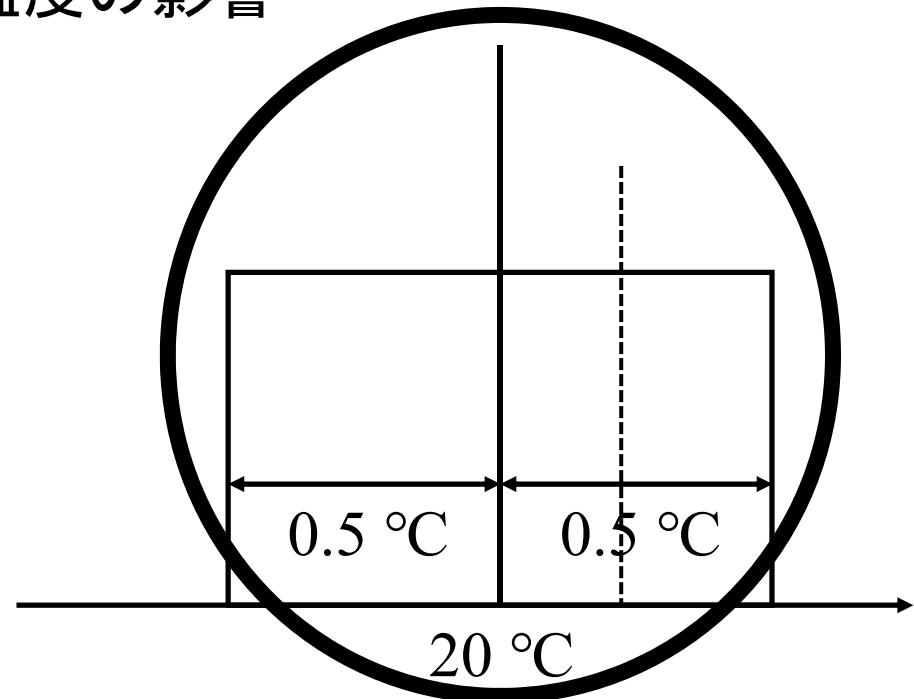
未知のかたより

タイプB評価はほとんど未知のかたよりの評価である。

例：金属棒の長さ測定における温度の影響



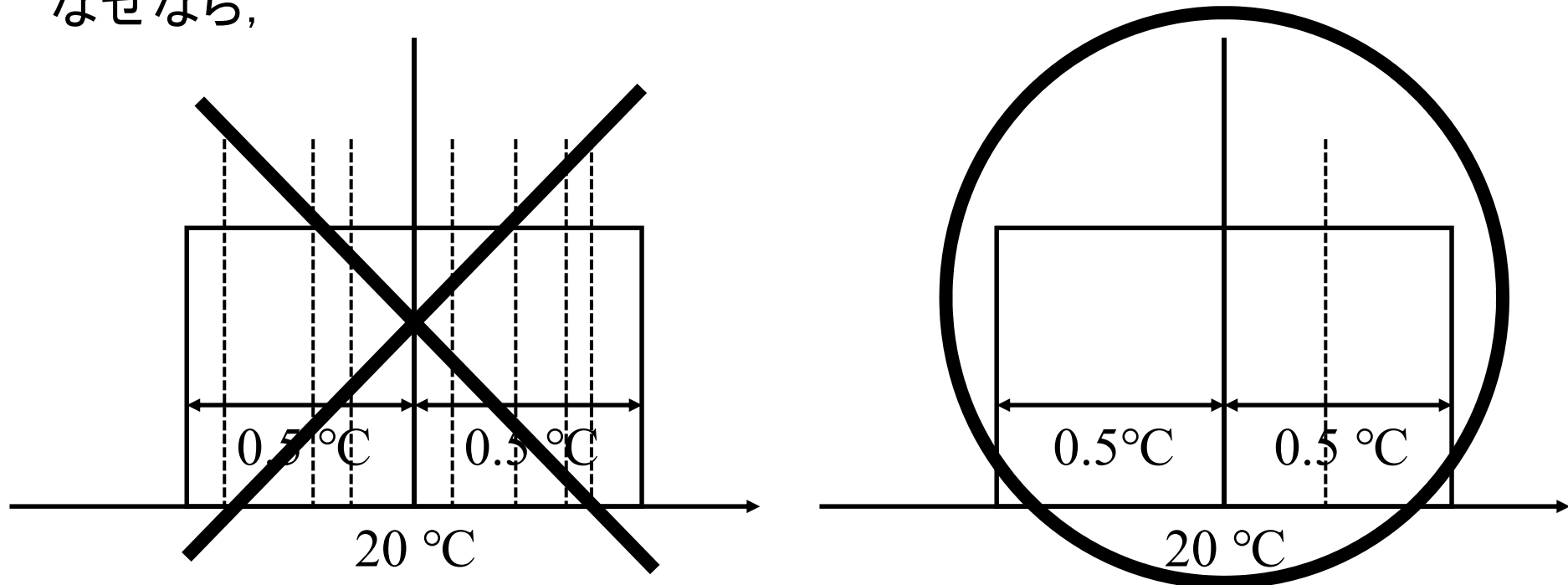
繰返し測定を行っている間、矩形分布の範囲内で温度がばらついている。



繰返し測定を行っている間、矩形分布の範囲内のどこかに真の温度が存在しているが、それがどこだかは分からない。

未知のかたより

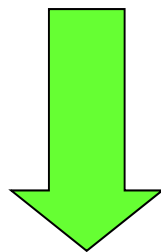
なぜなら、



左図の状況の場合、長さを繰り返し測定している間に温度が変動しているのであれば、金属棒の長さも変動し、温度のばらつきは長さのばらつきに含まれる。右図の場合、温度は一定であるので、繰り返しのばらつきには温度の影響は含まれない。よって、20 °Cからのずれ分は別に評価する必要がある。

不確かさとは (GUM, VIM2)

不確かさ・・・**測定の結果に付随した**，合理的に測定対象量に結び付けられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ。

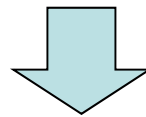


不確かさとは測定結果(値)に付くものであって、測定装置につくものではない！！
よって、「測定の不確かさ」と呼ばれる。

不確かさとは(VIM3)

不確かさ・・・(前略)

注記4 一般に、任意の一組の集合の情報に関して、測定不確かさは、測定対象量に帰属する表記された**量の値に付随する**と理解される。(後略)



**不確かさとは測定結果(値)に付くものであって、測定装置につくものではない！！
よって、「測定の不確かさ」と呼ばれる。**

測定装置の不確かさ？

「不確かさ」は測定結果，つまり値につくものであり，測定器に付くものではない。

しかし，一般的に「はかりの不確かさ」，「マイクロメータの不確かさ」という言い方が良くされる。これは間違いなのだろうか？

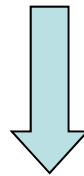


**「測定器の校正の不確かさ」が便宜的に
「測定器の不確かさ」という使われ方をしている！**

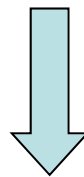
校正の不確かさ

先ほどのように、「不確かさ」とは測定結果に付随する「測定の不確かさ」である。

では、「**校正の不確かさ**」とはなんだろうか？

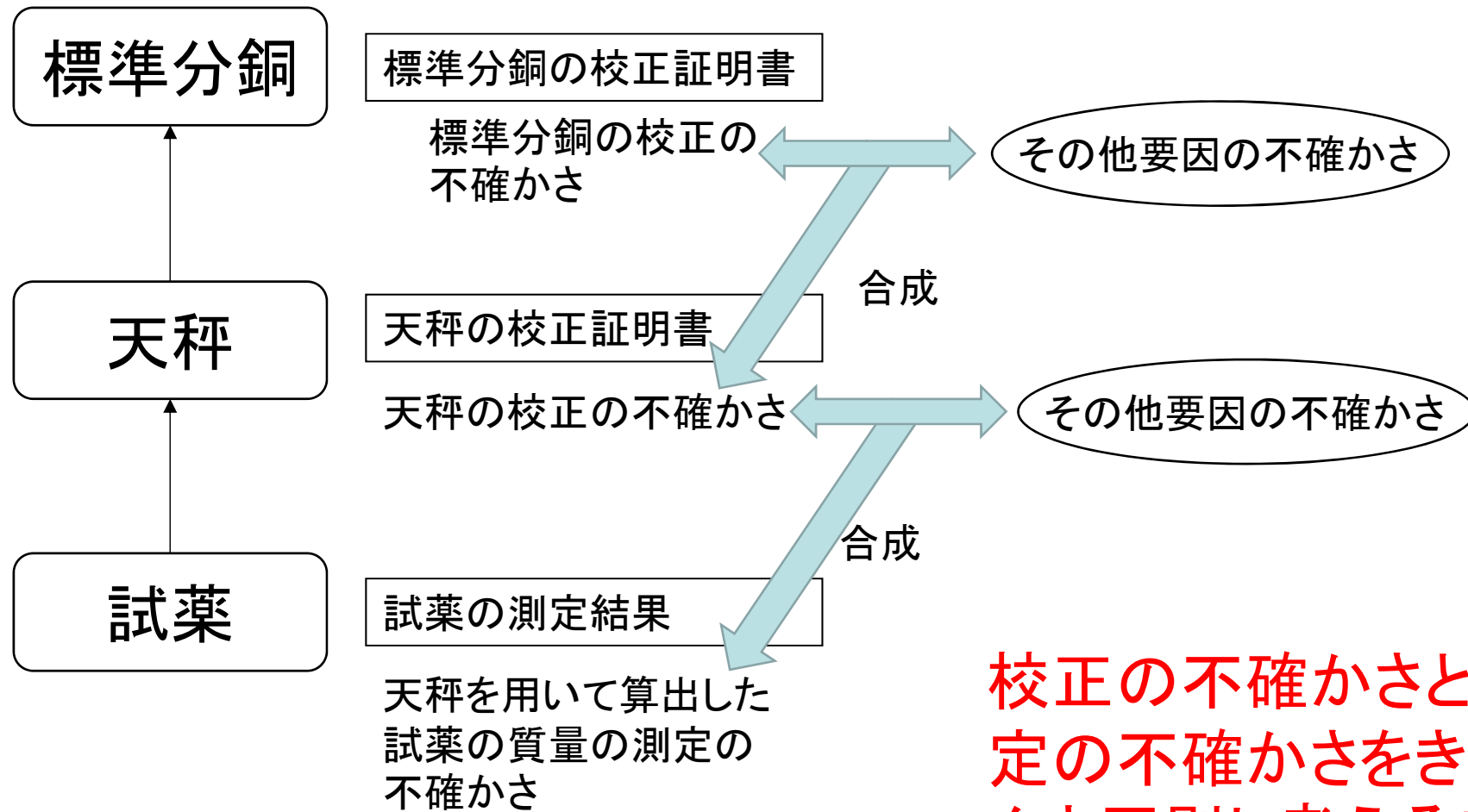


例えば、はかりを校正するときには、上位標準である分銅を用いてはかりに値付けを行う。



つまり、分銅によってはかりに値付けしたときの「測定結果の不確かさ」が「校正の不確かさ」となる。

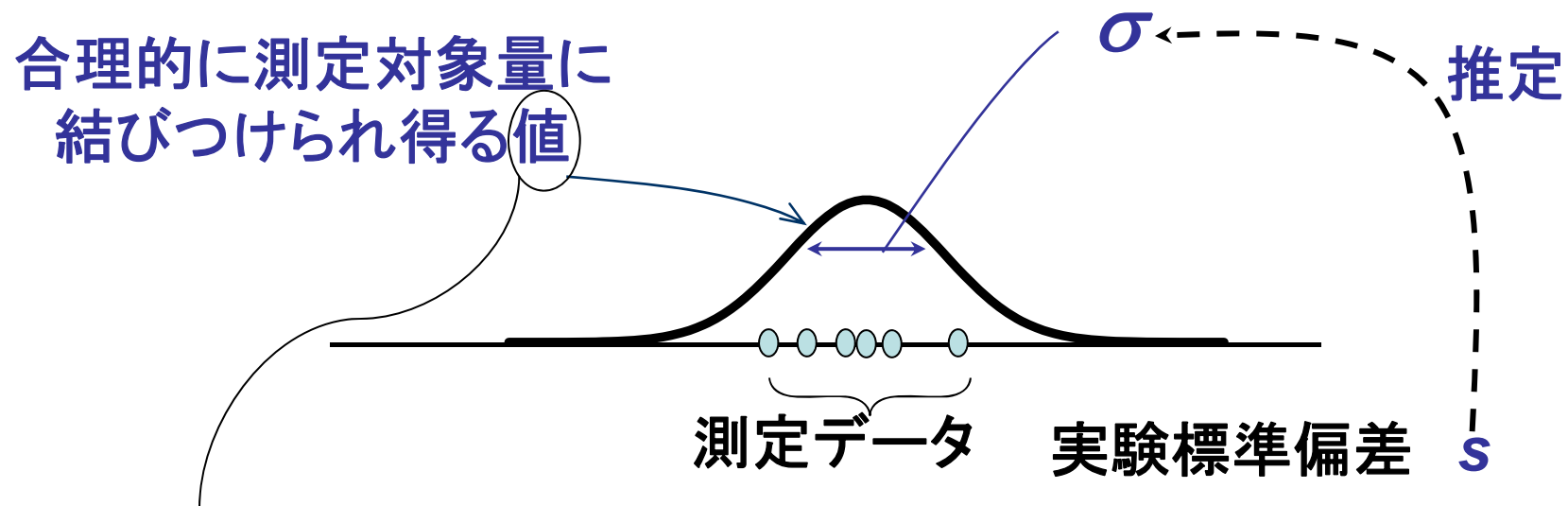
測定の不確かさと校正の不確かさ



校正の不確かさと測定の不確かさをきちんと区別し考えること

不確かさの定義

- ・合理的に測定対象量に結びつけられ得る値
- ・測定対象量に帰属する量の値
- **測定対象量の値の候補**



英語では「値」は”Values”と複数形である。

uncertainty (of measurement)

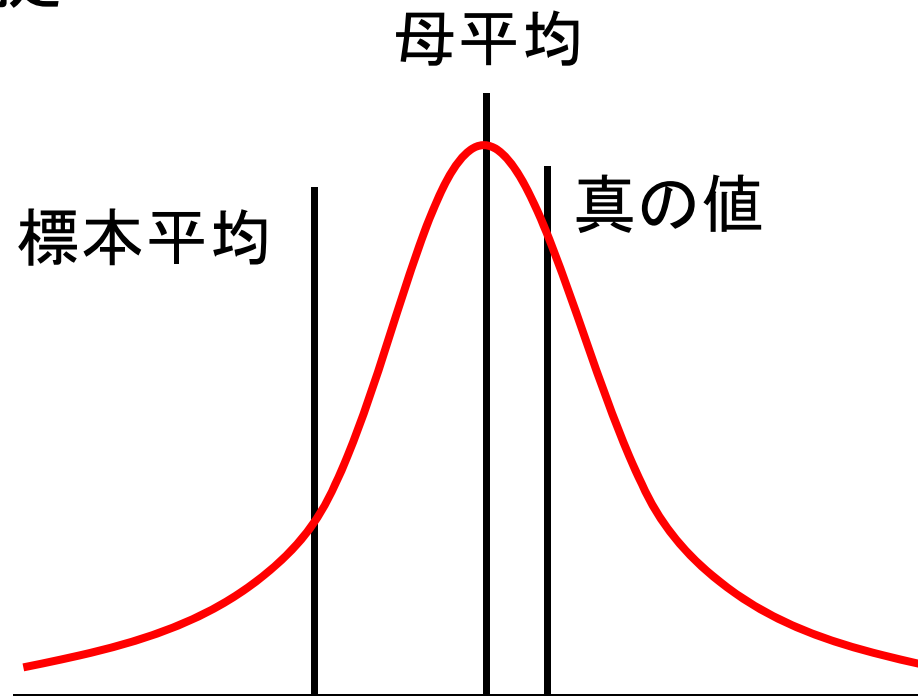
parameter, associated with the result of a measurement, that characterizes the dispersion of the **values** that could reasonably be attributed to the measurand.

誤差と不確かさの違い(1)

誤差・・・真の値は分かるんだ, という前提

一般的な誤差の定義・・・測定値－真の値

不確かさ・・・私たちが知ることができる知識には限界がある, という前提



誤差と不確かさの違い(2)

私たちが知ることができる値は真の値ではなく、真の値に最も近いであろうと思われる値の推定値である。



さらにその推定した値はばらついている。

ばらつきの要因は？ ばらつきの大きさは？

個々のばらつきの大きさを調べ、そのばらつきが全部合わさった時のばらつきを求める。

誤差と不確かさの違い(3)

GUM 付属書D.1.1

測定を行う第一歩は測定対象量—測定される量—を規定することであり、この測定対象量の規定は値によってではなく、量を記述することによって初めて可能となる。しかし、原理的には、測定対象量を“完全に”記述するためには無限の量の情報が必要である。したがって、測定対象量に解釈の余地が残っている限り、測定対象量の定義の不完全さは、測定の要求精度に比べて大きいかまたは小さいかは分からないが、測定結果の不確かさ成分を生じさせることになる。

誤差と不確かさの違い(4)

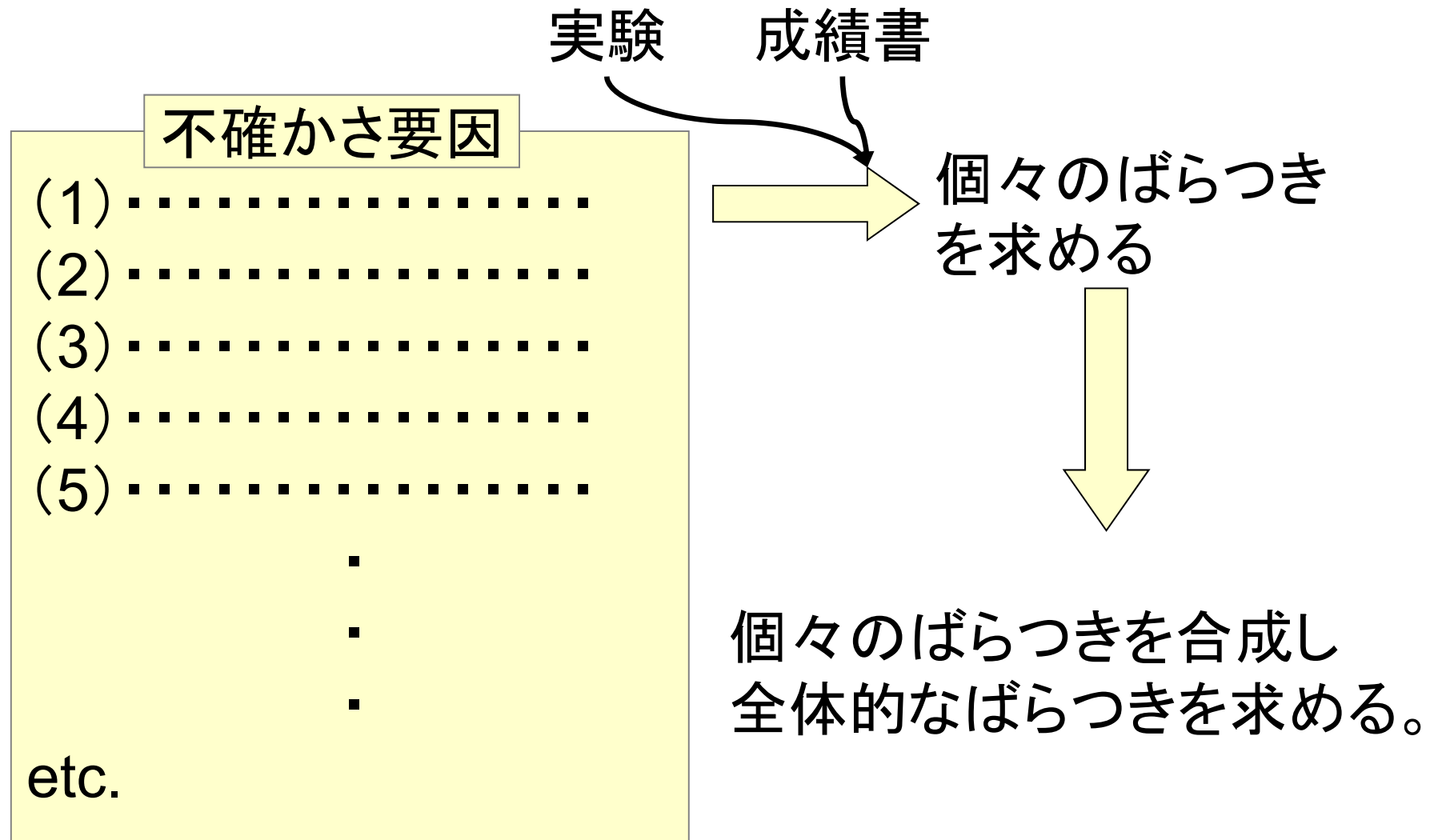
GUM D.2 実現される量

D.2.1・・・測定の実現される量は、理想的には測定対象量の定義と完全に一致するであろう。しかし、多くの場合、このような量を実現することはできず、測定は測定対象量に近い量に対して行われる。

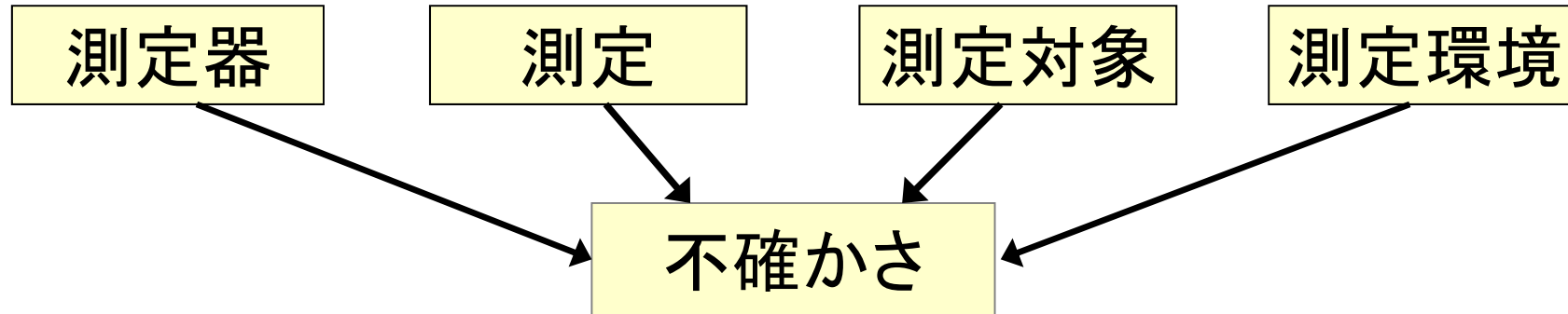
GUM D.3 “真の”値及び補正後の値

D.3.1・・・あらゆるかたよりを補正した測定結果は、測定対象量の“真の”値の最良推定値と見なされることがあるが、実はこの結果は測定しようとしている量の値に対する最良推定値にすぎない。

不確かさ評価の流れ



不確かさ要因



主なもの

- 測定器とその校正方法
- 標準器
- 測定のための装置
- 測定方法, 手順
- データ処理方法
- 測定対象の安定性・再現性
- 測定環境

すべてについて評価する
必要はない！

最終結果に与える影響が
大きなものを

ピックアップすることが重要！

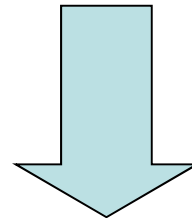
「必要なところに必要な精度で」

時間・手間・コストを
最小にするよう努力！

GUMの説明

3.1.1

測定の目的は測定対象量の値，すなわち測定される特定の量の値を決定することである。したがって、測定は測定対象量，測定の方法及び測定手順を適切に明示することから始まる。



これがきっちりと決まっていないと，測定も不確かさ評価も行うことができない。

GUMの説明

GUM 3.1.3

実際には、**測定対象量の要求仕様すなわち定義は、要求される測定の正確さによって規定される。**

(注)**測定対象量の定義が完全でない**と、測定結果の不確かさの評価に含まねばならないような、**十分大きな不確かさの成分を生ずることになる。**

定義の不完全さによる不確かさ

- VIM3 2.27 定義の不確かさ (definitional uncertainty)
- ある測定対象量の定義の詳しさが有限であることに起因する測定不確かさの成分。

測定対象量の定義

- 金属棒の長さをレーザー測長器によって測りたい。

このときの測定の定義は？

・定義：顧客から持ち込まれた測定対象金属棒をレーザー測長器によってサブマイクロメートルオーダーで測定する。測定結果は20℃のときの長さに補正する。また、レーザーは温度、気圧、湿度、二酸化炭素濃度によって影響を受けるので、それを補正するために、温度計、気圧計、湿度計によって、リアルタイムにそれぞれの量を測定し、補正する。二酸化炭素濃度については、一般的な二酸化炭素濃度を用い補正する。測定は、金属棒の端面を5カ所に区切り、それぞれの場所で、3回ずつ測定を行い、その平均値を金属棒の長さとする。

測定対象量の定義

- 金属棒の長さを目幅1 mmのものさしによって測りたい。

このときの測定の定義は？

・定義：顧客から持ち込まれた測定対象金属棒にもものさしを当て、その長さを読み取る。その際の測定回数は1回である。その読み取った長さを金属棒の長さとする。

ダブルカウントの判定

繰返し以外の不確かさ要因は、ばらつきなのか、未知のかたよりのかをチェック。



その要因が繰返し測定に対してかたよりにして作用しているのであれば、不確かさ要因として考慮。

長期間にわたる繰返し測定のみで不確かさを評価することは、原理的にはおかしいことではない。すべての不確かさ要因がばらついている条件下で繰返し測定を行えばよい。しかし、すべての要因がばらついているという条件は絶対に達成できない。ばらついていない要因は他の不確かさ要因として評価する。

例 標準器の校正の不確かさは未知のかたよりと考えるべきである

未知のかたより

不確かさの理解への道筋

初心者：不確かさはばらつきを表すパラメータである。

中級者：不確かさはばらつきと未知のかたよりを表すパラメータで、未知のかたよりはばらつきと同様に標準偏差として表し、両者を区別することなく合成する。

上級者：不確かさを評価するときには、その要因がばらつきとして働くか、かたよりとして働くかを区別して、測定結果にはどのような要因が含まれる・含まれないかを判断し、評価漏れ、ダブルカウントを避ける。

例

- ある居酒屋で出されるビールジョッキにはここまで入れるというラインが付いている。そのラインまでの量をメスシリンダーで10回測定しその平均値をその居酒屋で出される大ジョッキの体積とする。
- また、測定時の温度は5 °Cで行う。

この例を用いて、不確かさの算出について考える。

例：不確かさの要因の特定

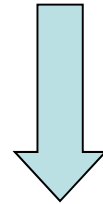
- 測定の繰返し性： u_R
- 標準器の校正の不確かさ(メスシリンダーの校正の不確かさ)： u_S
- 温度による効果： u_t
- 体膨張係数の不確かさ等その他の不確かさ要因は影響が小さいので無視する。

例：不確かさの要因の特定

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性				
u_S	標準器の校正 の不確かさ				
u_t	温度による 効果				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

不確かさ評価の分類

不確かさ評価とは・・・個々の要因によって起こるばらつきを求め、それを合成することで全体のばらつきを求める。



タイプAの評価・・・実験からデータを得てばらつきを求める。
タイプBの評価・・・実験以外の方法でばらつきを推定する。

注意：タイプA，タイプBはあくまでも実験データからばらつきを求めるか否かということを表す。ある要因がタイプAかタイプBか重要ではない。

タイプAとタイプBの違い

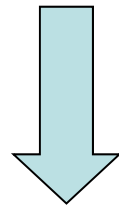
3.3.3

不確かさの成分を「タイプA」と「タイプB」に分ける。これは「偶然」「系統」に代わるものではない。「タイプA」「タイプB」は評価方法によって分けられ、「偶然」「系統」はその要因の特性によって分けている。よって、ある要因がタイプAの手法によってもタイプBの手法によっても評価することができる。

タイプAとタイプBの違い

3.3.3(注)

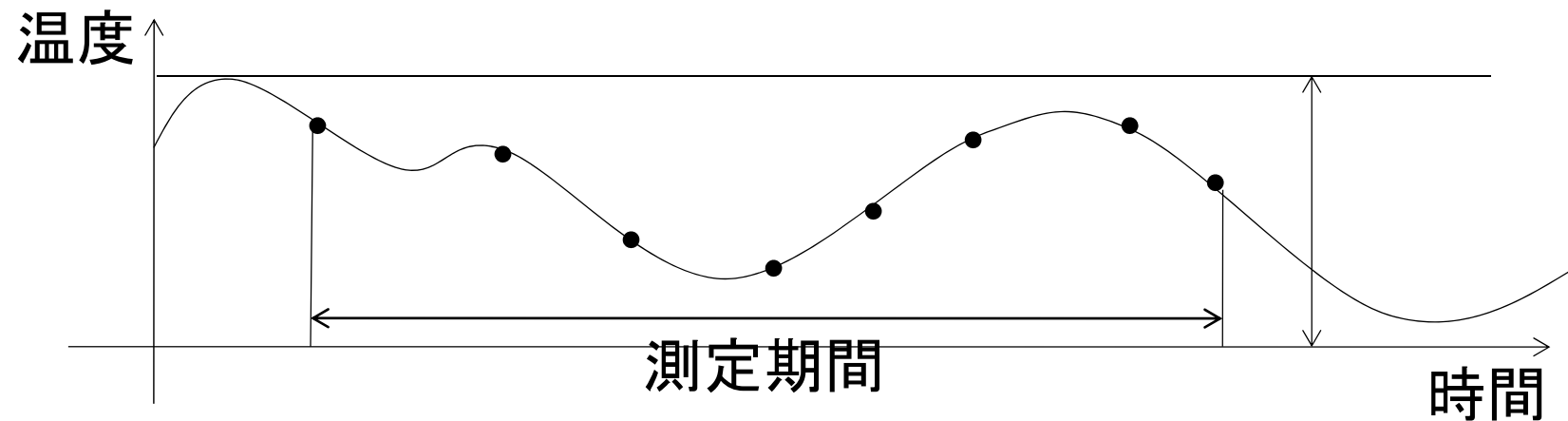
ある不確かさの成分は場合によって「偶然成分」となることも「系統成分」になることもある。



不確かさの成分を評価する方法を分類する方が不確かさの成分自身を分類する方よりも曖昧さを避けることができる。

偶然成分・系統成分

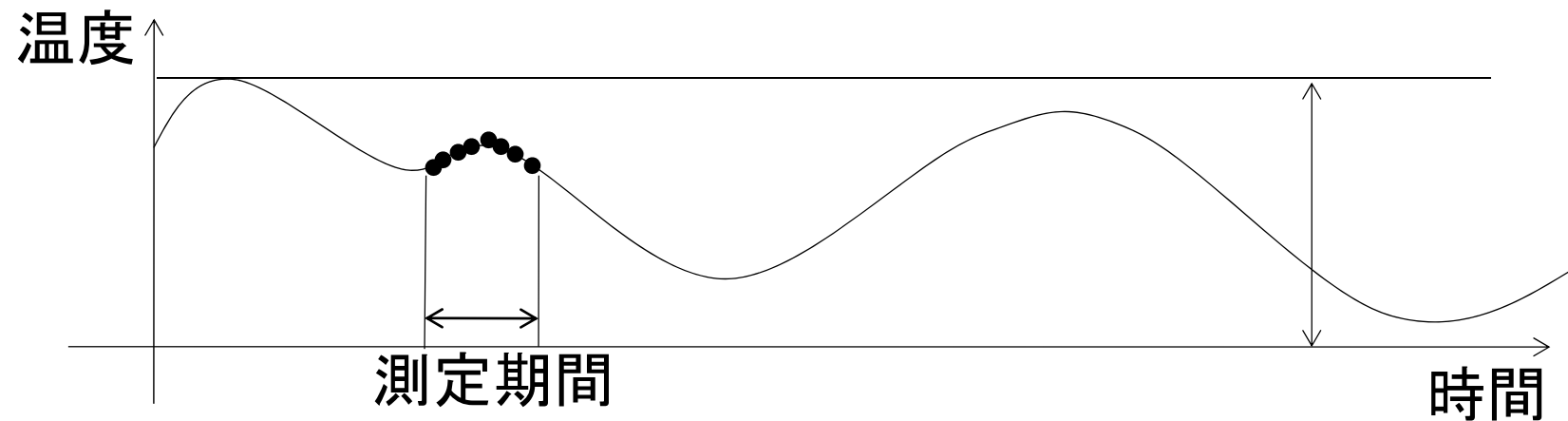
温度変動によって測定結果が変動する。



温度の要因がばらつきとして作用する
(繰返し測定のばらつきに含まれる。)

偶然成分・系統成分

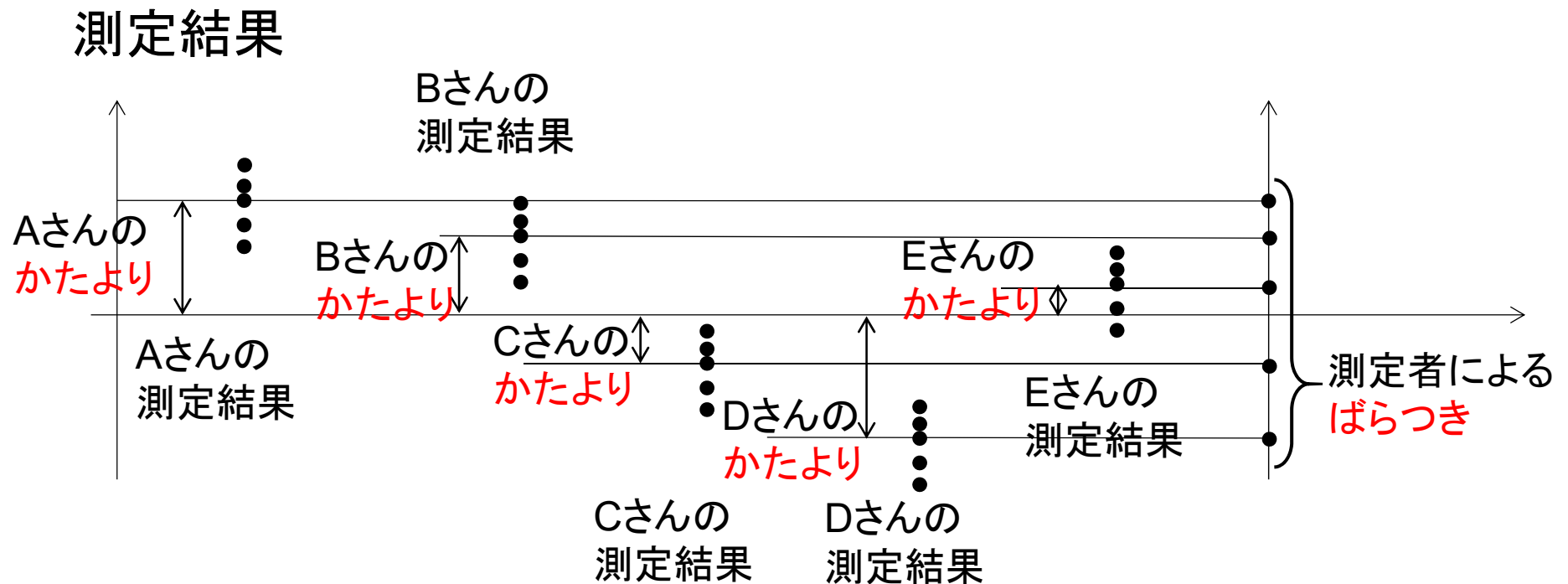
温度変動によって測定結果が変動する。



温度の要因がかたよりにして作用する

偶然成分・系統成分

測定者によって測定結果が異なる。

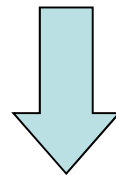


立場によって、同じ要因でもかたよりにも、ばらつきにもなる。

タイプAとタイプBの違い

3.3.4

タイプAとタイプBの分類の目的は、不確かさの成分を評価する二つの異なる方法を明示することであり、また議論の便宜だけのためである。すなわち、この分類は、二つのタイプの評価を理由に、成分の性質に差があるということを示すものではない。



タイプAとタイプBには本質的な差がないという考えのもと不確かさが構築されている。

タイプAとタイプBの違い

タイプA評価

測定データから測定結果の標本標準偏差を求め、それを測定の母集団の母標準偏差の推定値とする。

タイプB評価

これまでの知識，経験等からある量に対する母集団を推定し，その推定された母集団の母標準偏差を求める。

結局やっていることは，両方とも母標準偏差の推定値を求めているだけ。不確かさ評価では両者を区別することなく扱う。

タイプAの不確かさ評価とは

実験によって測定データを得て、そのデータからばらつきを求める。

タイプA評価では、ばらつきは
「実験標準偏差」
によって表される。

標準偏差とは・・・平均値に対してどのくらいばらついているかを表す指標。正確な言い方ではないがばらつきの平均を表していると考えておけばよい。

ここで実験標準偏差を算出しただけではタイプAの不確かさを算出したことにはならない。

分散・標準偏差について

例：ある製品の質量測定(g)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
87.5	86.2	90.1	88.4	87.0

標本平均： $\bar{x} = \frac{87.5 + 86.2 + 90.1 + 88.4 + 87.0}{5} = 87.84 \text{ g}$

平均値からの距離
(残差) 単位：g

87.5-87.84=-0.34 (平均値からの距離)²
 86.2-87.84=-1.64
 90.1-87.84=2.26
 88.4-87.84=0.56
 87.0-87.84=-0.84

単位：g²

0.1156
 2.6896
 5.1076
 0.3136
 0.7056

残差の二乗和

単位：g²

8.9320

データの個数-1
(自由度)で割る
単位：g²

標本標準偏差

平方根
単位：g

1.494

標本分散

2.233

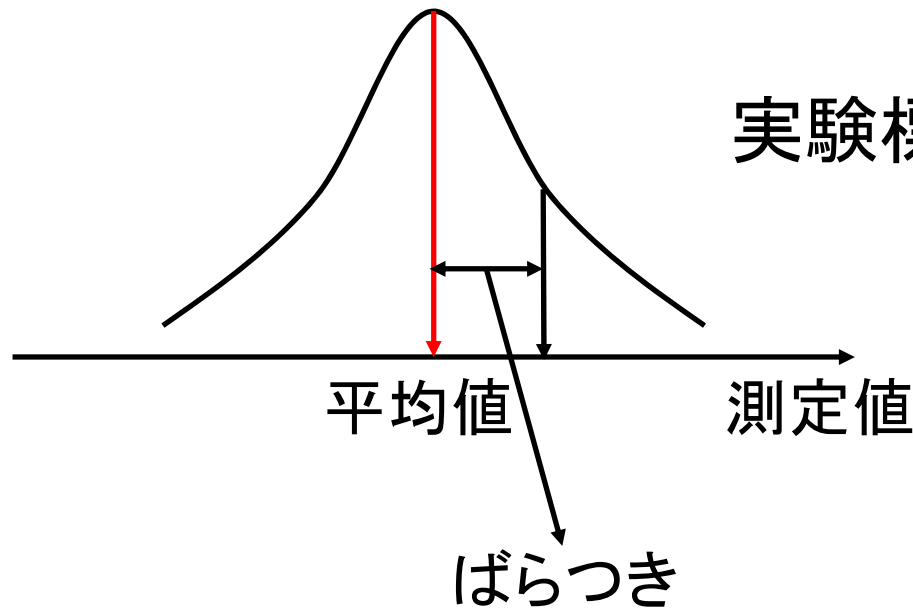
不偏推定量

行っていることは、真の分散(母分散)を実際にとられたデータから求められた分散(標本分散)によって推定している、ということである。

推定がうまくできるための条件として、推定値がちゃんと知りたい値をズレがなく推定することができるか、ということがある。この、ズレがなく推定できる推定量のことを「不偏推定量」という。例えば、標本平均は、母平均の不偏推定量である。また、自由度($n-1$)で割って算出した標本分散は、不偏分散とも呼ばれ、これは母分散の不偏推定量である。

ちなみに、不偏分散の平方根である、**標本標準偏差は、母標準偏差の不偏推定量ではありません！**

標準偏差から不確かさへ



実験標準偏差＝測定値のばらつき
報告する値＝平均値

必要なのは測定値のばらつき
ではなく、平均値のばらつき！

平均値の実験標準偏差を求める必要がある。

平均値の実験標準偏差

サイコロを振って，出た目の平均値を求める。

1回目	
2回目	
3回目	
平均	

3回振った平均値

1回目	
2回目	
3回目	
4回目	
5回目	
6回目	
7回目	
8回目	
9回目	
10回目	
平均	

10回振った平均値

平均値の実験標準偏差の求め方

平均値の実験標準偏差と、最初に算出した実験標準偏差の間には以下の関係がある。

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

ここで、 $s(\bar{x})$ は平均値の実験標準偏差、 $s(x)$ はデータの実験標準偏差、 n は測定回数である。

ここで求められた平均値の実験標準偏差がタイプAの評価で求められた不確かさとなる。

附属書D

D.2 実現される量

D.2.1

測定の実現される量は、理想的には測定対象量の定義と完全に一致するであろう。しかし、多くの場合、このような量を実現することはできず、測定は測定対象量に近い量に対して行われる。

D.3 “真の”値及び補正後の値

D.3.1・・・あらゆるかたよりを補正した測定結果は、測定対象量の“真の”値の最良推定値と見なされることがあるが、実はこの結果は測定しようとしている量の値に対する最良推定値にすぎない。

測定の母平均とは何か

測定の真の目的は、測定対象量の“真の”値の最良推定値を知ることであって、測定しようとしている量の値に対する最良推定値を知ることではない。



測定の回数を増やせば測定しようとしている量の値の母平均の推定値を精度良く知ることができるが、その値は知りたい値ではない！

繰返し回数を必要以上大きくすることは無駄である。

例：タイプA評価

- メスシリンダーでビールジョッキに入れられた液体の体積を繰返し測定を行い次のデータを得た。

1	2	3	4	5
632	629	639	635	627
6	7	8	9	10回目
636	633	637	634	633

(単位:mL)

平均値: 633.5 mL

実験標準偏差: 3.598 mL

平均値の実験標準偏差: $u_R = 1.138$ mL

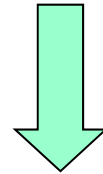
例：タイプA評価

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL			
u_S	標準器の校正 の不確かさ				
u_t	温度による 効果				
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

タイプBの不確かさ評価

なぜタイプBの不確かさ評価が必要なのか

- ・標準器の校正の不確かさ・・・使っている標準の不確かさ評価まで行わなくてはいけない？
- ・再現することが難しい不確かさ要因・・・実験室の温度が変化することによってばらつきがでるとするならば、1年間実験室の温度を測りつづけなければいけない？
- ・そもそも測定できない不確かさ・・・使っている温度計は ± 0.5 °Cでしか温度が分からないのだけど、その計れなかった ± 0.5 °Cの間の温度のばらつきの評価は？



確率分布を仮定して標準偏差を推定する

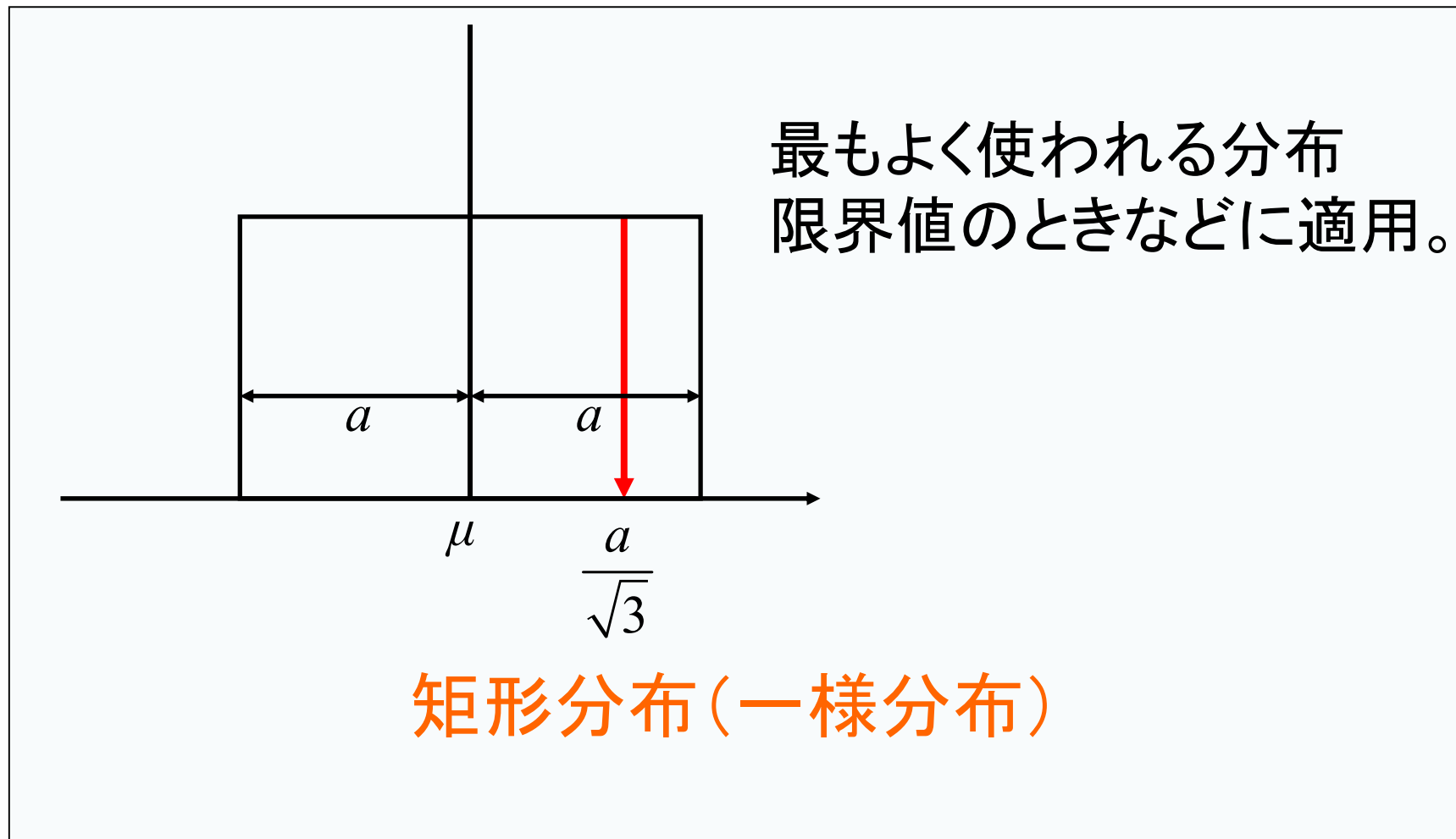
確率分布を仮定するには合理的な判断材料が必要。

実際に実験を行わないので、

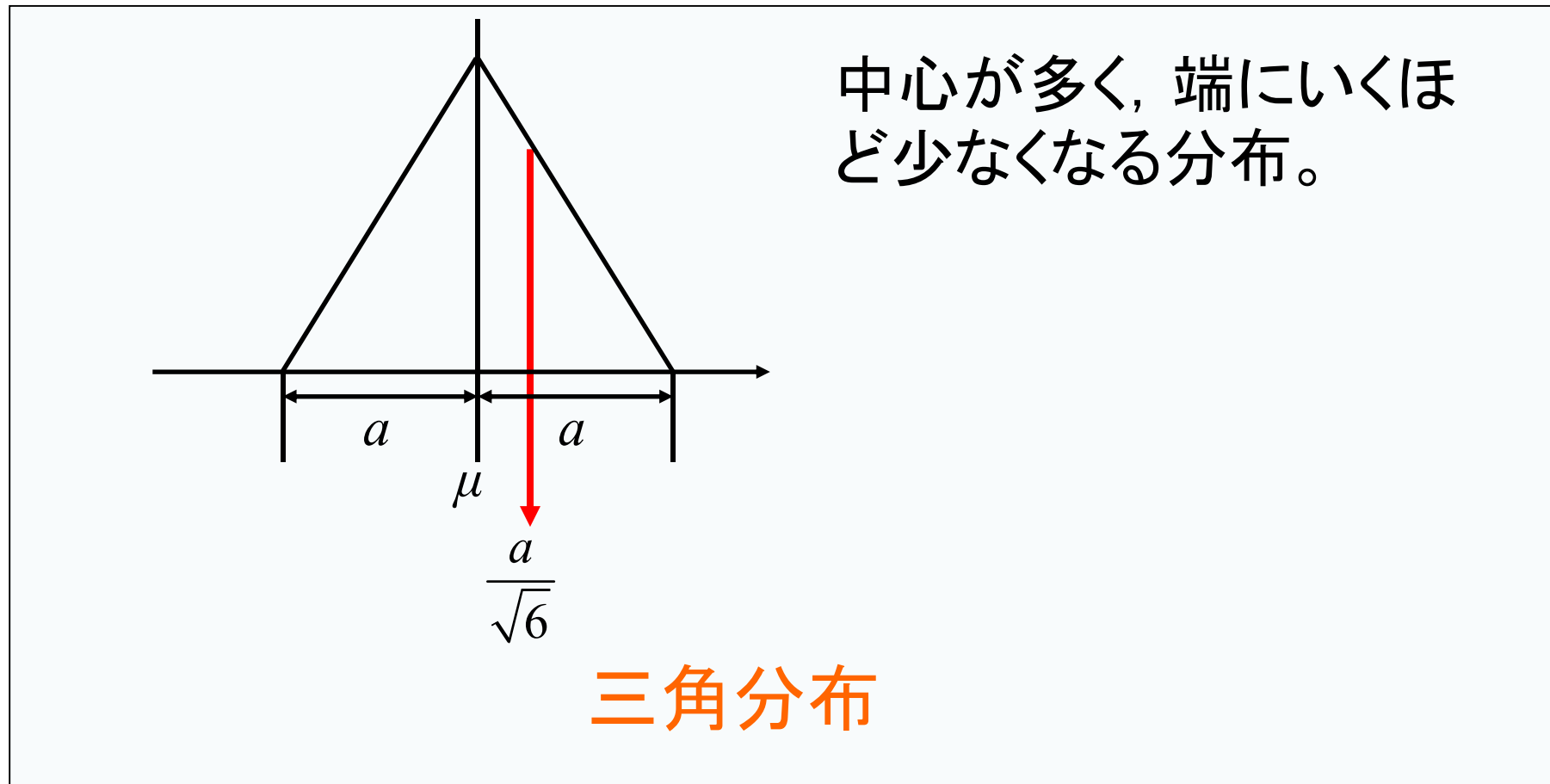
- ・コストの節約
- ・時間の節約
- ・人手の節約

に大きく貢献する。

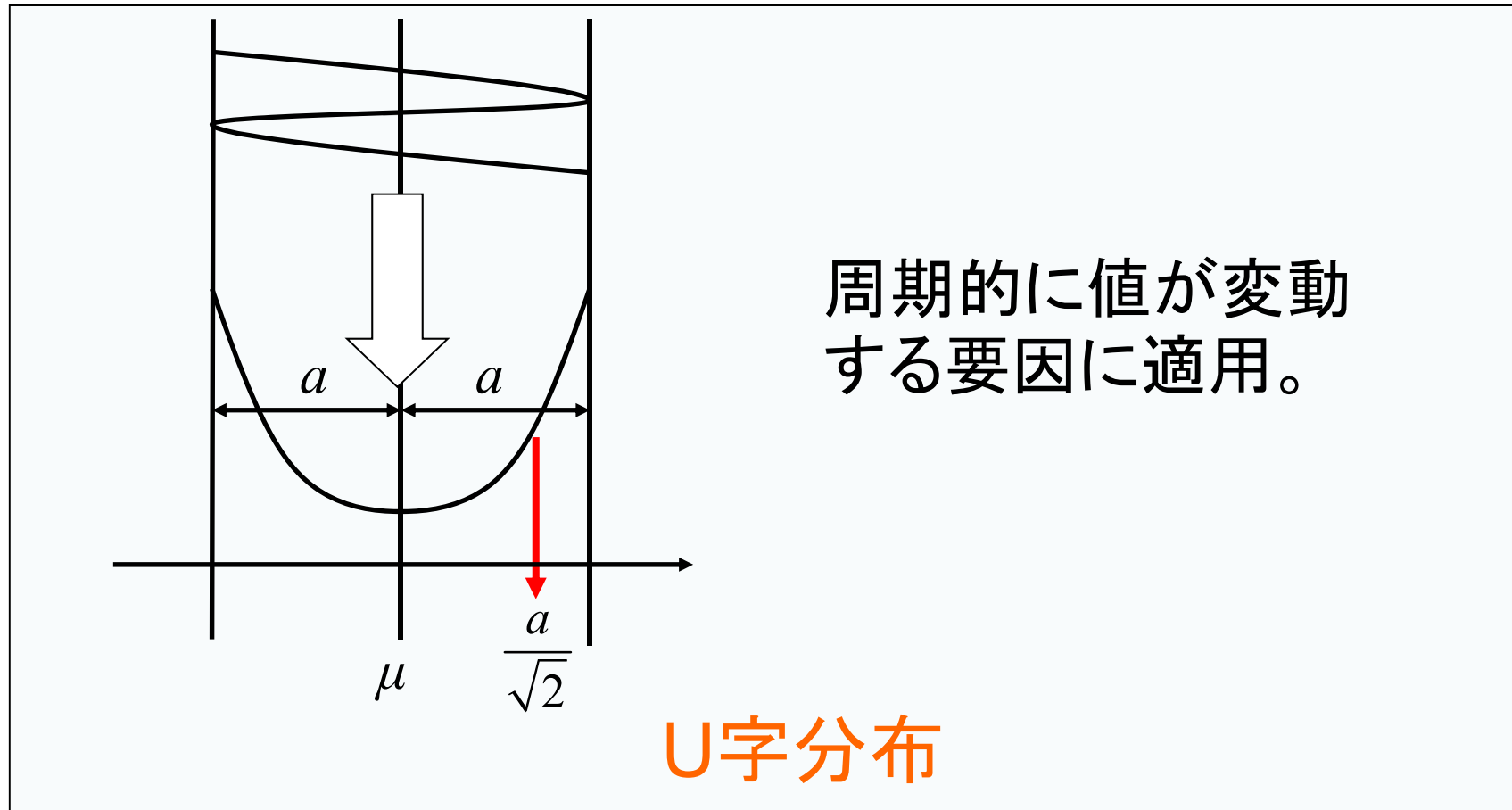
矩形分布



三角分布



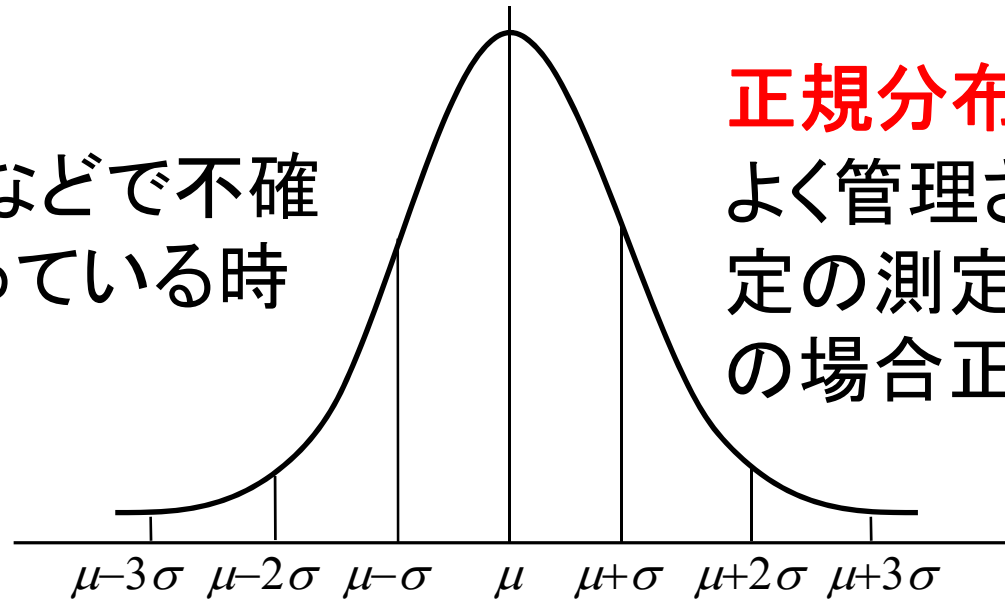
U字分布



正規分布

正規分布

校正証明書などで不確かさが分かっている時に適用。



正規分布の性質

よく管理されている測定の測定値はほとんどの場合正規分布する。

68.3 %

95.4 %

99.7 %

$\mu \pm 1\sigma$: 68.3 %

$\mu \pm 2\sigma$: 95.4 %

$\mu \pm 3\sigma$: 99.7 %

の値が含まれる。

矩形分布の適用

GUM4.3.7 その他の場合として、 X_i に対する限界（上限及び下限）だけを推定することが可能なケース、つまり、“ X_i の値が a_- から a_+ の区間にある確率が事実上1に等しく、また、 X_i がこの区間の外にある確率が事実上ゼロである”というケースがある。区間内にある X_i のとり得る値について具体的な情報がない場合には、 X_i が区間内のどこにでも同じ確率で存在する[一様分布又はく(矩)形分布—4.4.5及び図2a)参照]と仮定する。このとき X_i の期待値 x_i は区間の中点、 $x_i = (a_+ - a_-)/2$ であり、その分散は、

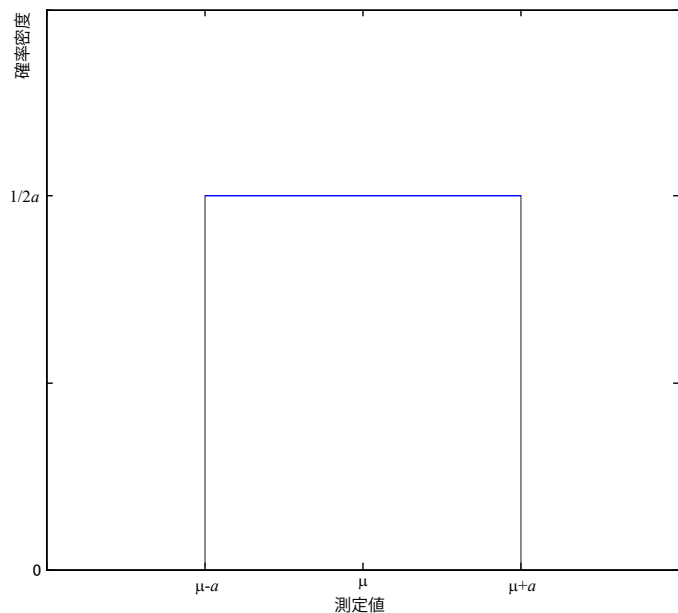
$$u^2(x_i) = (a_+ - a_-)^2 / 12 \quad (6)$$

である。両側限界の差 $(a_+ - a_-)$ を $2a$ で表すと、式(6)は次のようになる。

$$u^2(x_i) = a^2 / 3 \quad (7)$$

注記 この方法で決定した不確かさのある成分が測定結果の不確かさに大きく寄与するときは、慎重を期して、その成分を更に評価するための追加データを取るのがよい。

連続分布での母分散の計算



矩形分布

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a} & (\mu - a \leq x \leq \mu + a) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} V(x) &= E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \\ &= \int_{\mu-a}^{\mu+a} \left[(x - \mu)^2 \frac{1}{2a} \right] dx = \frac{1}{2a} \int_{\mu-a}^{\mu+a} (x - \mu)^2 dx \\ &= \frac{1}{2a} \left[\frac{1}{3} (x - \mu)^3 \right]_{\mu-a}^{\mu+a} = \frac{1}{2a} \left\{ \frac{1}{3} (a)^3 - \frac{1}{3} (-a)^3 \right\} \\ &= \frac{1}{2a} \cdot \frac{2a^3}{3} = \frac{a^2}{3} \end{aligned}$$

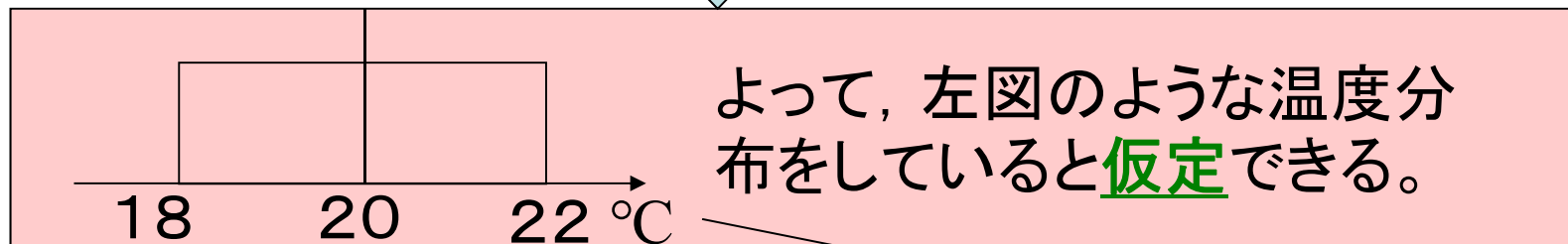
ちなみに、標準偏差で表せば $\frac{a}{\sqrt{3}}$

タイプB評価の例（過去の知識）

測定者の経験

「測定を行う部屋は、確かに季節などによって温度は変化するが、空調があるので温度が高くても22 °C, 低くても18 °Cくらいの中には入っている。」

管理表等の裏付けがあればベスト



分布についての知識がない場合は矩形分布とするしか方法がない

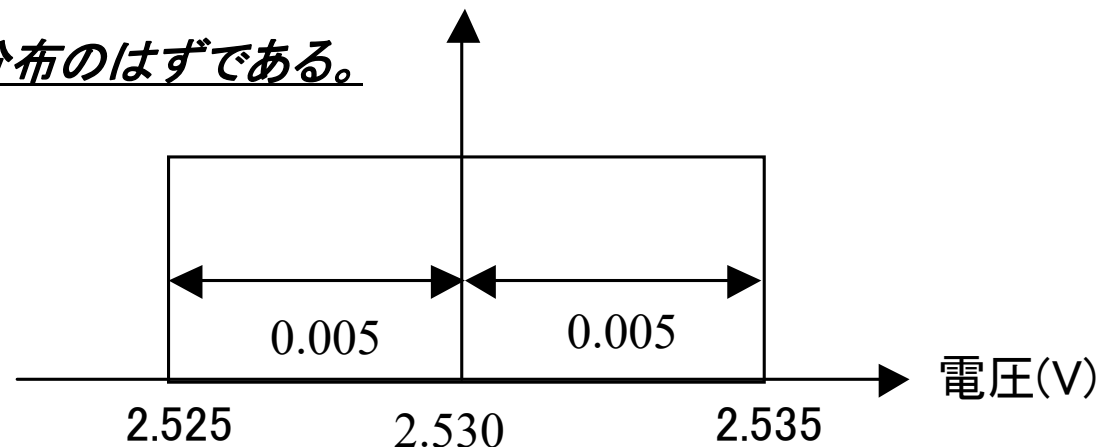
よって、標準不確かさは $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$ °Cとなる。

タイプB評価の例（デジタル表示）

電圧計の表示値の不確かさ

ある電圧計の表示が2.53 Vだった。しかし、最小桁が0.01 Vであるので実際は2.525 Vから2.535 Vの間に値があるはずだ。

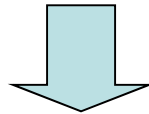
この分布は矩形分布のはずである。



よって、標準不確かさは $\frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.002887 \text{ V}$ となる。

例：タイプBの不確かさ

- 標準器の校正の不確かさに相当する，メスシリンダーの校正の不確かさは，校正証明書より3.0 mL。



校正証明書を用いる場合，確率分布は正規分布である。

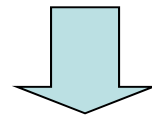
校正証明書にある不確かさを2で割ることにより標準偏差（標準不確かさ）が求められる。

$$u_s = \frac{3.0}{2} = 1.5 \text{ mL}$$

あとで解説

例：タイプBの不確かさ

- 温度による効果は、温度を測定している温度計が最小目盛り1 °Cのデジタル温度計を用いているため、±0.5 °Cで温度が分からない。



±0.5 °Cの範囲内では、どこでも同じ確率で現れるので、矩形分布を仮定

温度による効果は、矩形分布を仮定しているので、分布の半幅を $\sqrt{3}$ で割ることにより標準偏差が求められる。

$$u_t = \frac{0.5}{\sqrt{3}} = 0.2887 \text{ } ^\circ\text{C}$$

例：タイプBの不確かさ

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL			
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL			
u_t	温度による 効果	0.2887 °C			
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

不確かさ要因の単位

不確かさの要因には、実際に行っている測定と同じ単位で表されるものと、異なる単位で表されているものがある。

例：金属棒の長さ測定

同じ単位で評価された要因

測定の繰返し
マイクロメータの校正の
不確かさ 単位：mm

異なる単位で評価された要因

温度の不確かさ
単位：°C

異なる単位で表されているものはその出力量の単位
に変換しなければならない！

→ 感度係数

温度による金属棒の長さの不確かさ(mm)
= 熱膨張係数(°C⁻¹) × 金属棒の長さ(mm) × 温度の不確かさ(°C)

例：感度係数

- この液体の体膨張率・・・ $5.23 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
- この液体の体積・・・633.5 mL

このとき、液体の温度を体積に変換するための感度係数は、

$$\begin{aligned} \text{体膨張率} \times \text{体積} &= 5.23 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \times 633.5 \text{ mL} \\ &= 3.313 \text{ mL}/^{\circ}\text{C} \\ &\text{感度係数} \end{aligned}$$

例：感度係数

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL	1	1.138 mL	
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL	1	1.5 mL	
u_t	温度による 効果	0.2887 °C	3.313 mL/°C	0.9565 mL	
u_c	合成標準不確かさ				
U	拡張不確かさ				

不確かさの合成法

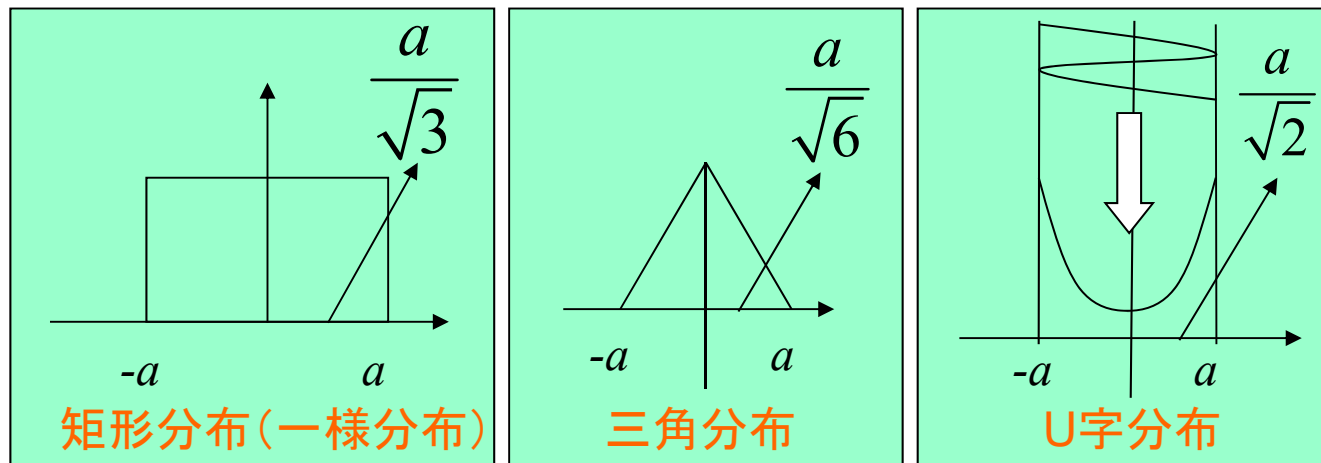
感度係数によって、各不確かさの単位はすべて出力量の単位に変換されている。

単位がそろえられた不確かさを合成するときには二乗和の平方根を用いる。この合成された不確かさのことを合成標準不確かさと呼び、 u_c で表す。

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots}$$

測定結果の存在範囲

合成標準不確かさは、報告される測定結果(出力量の値)がどの程度のばらつきを持っているかを標準偏差で表したものである。

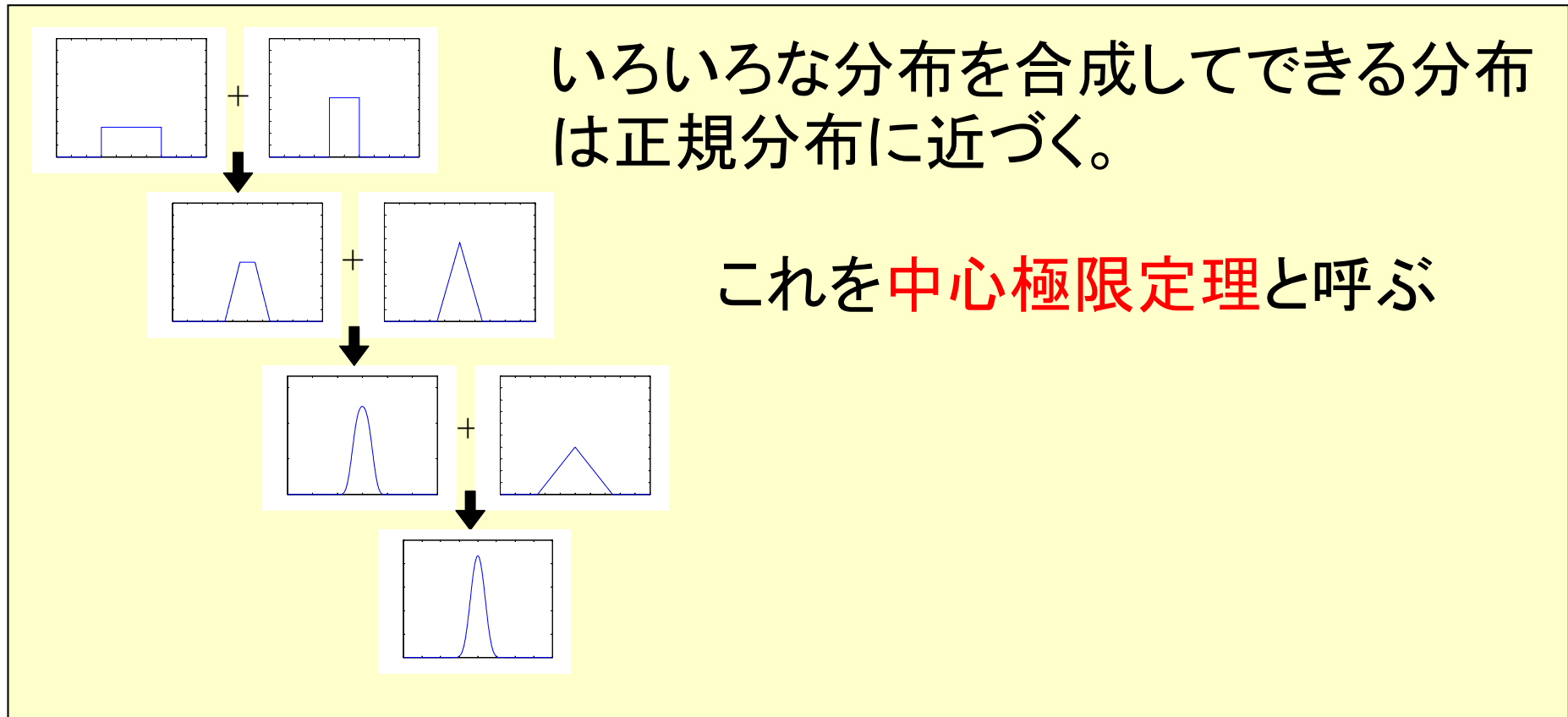


上記3つの確率分布の値の存在範囲は、すべて $\mu \pm a$ であるが、標準偏差はすべて異なる。

つまり、標準偏差から値の存在範囲を知るためには、確率分布の形を知ることが必要！

しかし、出力量の分布は、各入力量の分布が足し合わされたものになるため、測定それぞれによって分布の形は異なるのでは？

中心極限定理



標準偏差が合成標準不確かさとなる最終測定結果の分布は、中心極限定理によって正規分布していると見なせる。

拡張不確かさ

合成標準不確かさは、標準偏差として表されている。

許容差などでは、ほぼこの中にすべての値が入る、という範囲で示す。

ばらつきの平均値で表されている。

合成標準不確かさで示された範囲には約68%のものしか含まれない。

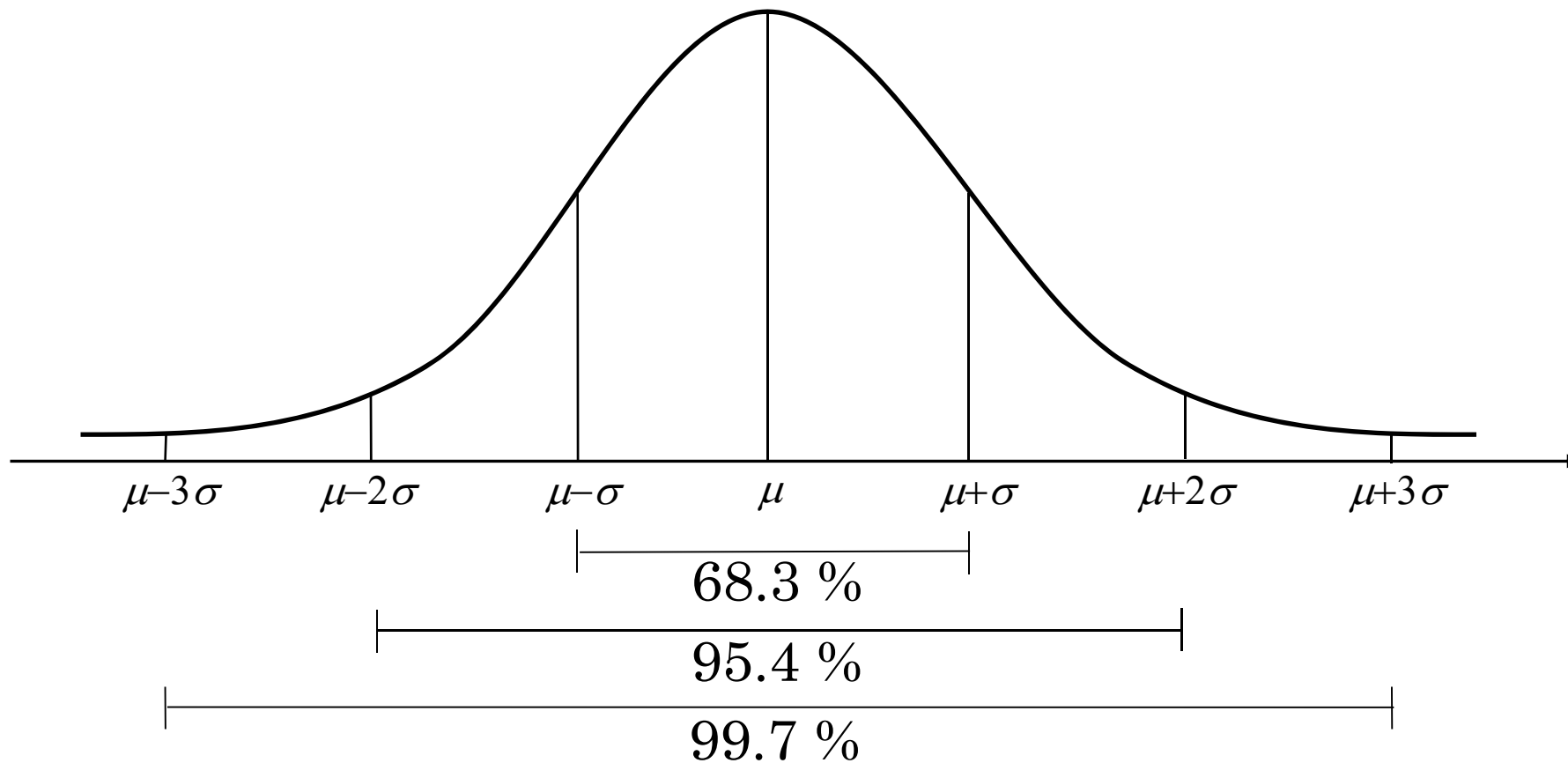
最終測定結果は、中心極限定理により正規分布していると見做せる。

この数を包含係数と言い、 k で表す。 $(k=2)$

合成標準不確かさを2倍すれば約95%が含まれ、今までと同じような値になる。

拡張不確かさ

正規分布



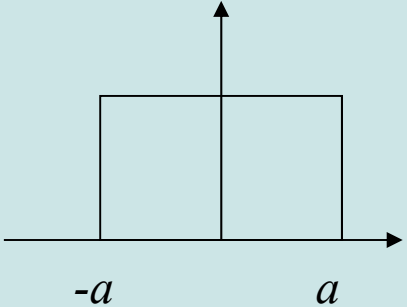
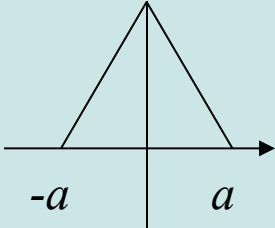
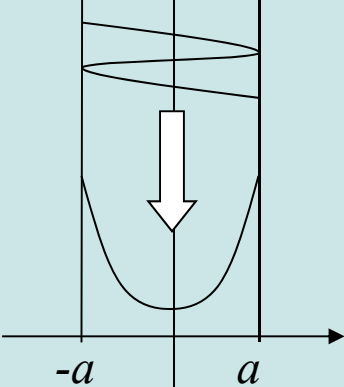
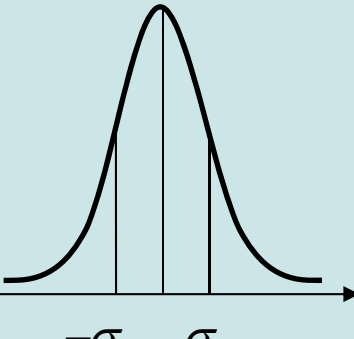
$\mu \pm 1\sigma$: 68.3 %

$\mu \pm 2\sigma$: 95.4 %

$\mu \pm 3\sigma$: 99.7 %

の値が含まれる。

確率分布の例

 <p>A graph showing a rectangular distribution with a constant height between $-a$ and a on the x-axis.</p>	 <p>A graph showing a triangular distribution with a peak at the center and zero values at $-a$ and a on the x-axis.</p>	 <p>A graph showing a U-shaped distribution with a minimum at the center and maximum values at $-a$ and a on the x-axis. A downward arrow points to the center.</p>	 <p>A graph showing a normal distribution curve centered at the origin, with standard deviation markers at $-\sigma$ and σ on the x-axis.</p>
<p>矩形分布(一様分布)</p>	<p>三角分布</p>	<p>U字分布</p>	<p>正規分布</p>
<p>最もよく使われる分布 限界値のときなどに 適用。</p>	<p>よく使われる分布。 中心が多く、端に いくほど少なくなる 分布に適用。</p>	<p>周期的に変化する 要因に対して適用。 「温度」「高周波の インピーダンスマッ チング」</p>	<p>校正証明書などで 不確かさが分かっ ている時に適用。</p>
$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$\frac{a}{\sqrt{6}}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{U}{k}$

6 拡張不確かさの決定

6.2.2 信頼区間 (C.2.27, C.2.28) 及び信頼水準 (confidence level) (C.2.29) の用語は統計学上の明確な定義をもっており, $u_c(y)$ に寄与する不確かさの成分が全てタイプ A 評価から求められているなどの条件が満たされるときに限って, U によって定義される区間に適用することが可能である。したがって, このガイドでは, U によって定義される区間について述べるとき, “信頼” という語は “区間” を修飾するものとしては使用しない。この区間との関連では, “信頼水準” という用語を使用せず, “信頼の水準” (level of confidence) を用いる。より具体的には, U を, 測定結果とその合成標準不確かさによって特徴付けられる確率分布の大部分 p を含む測定結果のまわりの区間を定義するものと解釈する。 p は区間の包含確率又は信頼の水準である。

不確かさの報告

不確かさの報告はバジェットシートを用いて行います。バジェットシートの決まった書き方はありません。他の人が見て、すぐに理解できるように工夫を凝らしましょう。

バジェットシート例(乾燥法による米の水分測定の不確かさ評価)

記号	要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ(%)
$u_T(X)$	乾燥庫内の場所の違いに起因する不確かさ	0.01239 %	1	0.01239
$u_R(X)$	ロット内の水分の不均一性, 乾燥の繰り返し, 粉碎の繰り返しに起因する不確かさ	0.01825 %	1	0.01825
$u_G(X)$	粉碎器が異なることに起因する不確かさ	0.06350 %	1	0.06350
$u(m_0)$	乾燥前サンプル質量+ 秤量缶の質量測定の不確かさ	0.0001848 g	17.1715 %/g	0.00317
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_r(m)$	サンプル質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000108 g		
$u(m_1)$	乾燥後サンプル質量+ 秤量缶の質量測定の不確かさ	0.0001848 g	-19.9605 %/g	0.00369
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_r(m)$	サンプル質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000108 g		
$u(m_c)$	秤量缶の質量の不確かさ	0.0001607 g	2.78894 %/g	0.00045
$u_S(m)$	はかりの校正の不確かさ	0.00015 g		
$u_{CAN}(m)$	秤量缶質量測定の繰り返しの不確かさ	0.000058 g		
合成標準不確かさ(%)				0.06740
拡張不確かさ(%) ($k=2$)				0.13

不確かさを算出する桁数

- GUM7.2.6(抜粋) 推定値 y の数値とその標準不確かさ $u_c(y)$ 又は拡張不確かさ U は, 余分な桁数の数字を与えない方がよい。通常 $u_c(y)$, U を引用するには, **多くとも2桁**の有効数字で十分である。

2桁目の値は到底信用することはできない！！

不確かさの値が, 「4.5」と「4.3」というものであったとすると, 「4.5のほうが4.3より0.2大きい」と考えるのは問題がある。この程度であれば, 「**両者とも同じ値である**」と考えるべきだろう。

附属書E

E.4: 不確かさの尺度としての標準偏差

ここでは「不確かさの不確かさ」について言及がある。つまり、「不確かさの不確かさ」は普通の人々が考えているより相当大きなものである、ということが説明されている。

例えば、10回の繰返し測定の不確かさの標準不確かさは24%にもなる。

つまり、不確かさの最終桁が少し変わったりするのは当然のこと。

その他のものについては次ページを参考のこと。

附属書E

算出された実験標準偏差は母標準偏差の推定値として用いられる。この実験標準偏差と母標準偏差はどのくらい一致するものだろうか？これを表す指標が「不確かさの不確かさ」である。

測定回数	不確かさの不確かさ (相対標準偏差)
2	75.6 %
3	52.3 %
4	42.2 %
5	36.3 %
6	32.3 %
7	29.4 %
8	27.2 %
9	25.4 %
10	23.9 %
20	16.3 %
30	13.2 %
50	10.1 %
100	7.1 %

例：不確かさの合成・拡張 バジェットシート

記号	不確かさ要因	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ (出力量の単位)	備考
u_R	測定の 繰返し性	1.138 mL	1	1.138 mL	繰返し回数は10回
u_S	標準器の校正 の不確かさ	1.5 mL	1	1.5 mL	メスシリンダーの校正 証明書より
u_t	温度による 効果	0.2887 °C	3.313 mL/°C	0.9565 mL	温度計のデジタル表 示の不確かさ。 分解能1 °C
u_c	合成標準不確かさ			2.112 mL	
U	拡張不確かさ			4.2 mL	包含係数は $k=2$

ビールジョッキの体積
633.5 mL ± 4.2 mL, $k=2$

不確かさの報告

- 不確かさ評価の対象とする測定
- 測定モデル式
- 不確かさ要因
- 不確かさの算出式
- 各標準不確かさ評価の詳細
- 測定結果, 合成標準不確かさ, 拡張不確かさの算出
- バジレットシート

について詳しく記載すること。

記載の詳しさの目安は, 他の人が不確かさ評価の報告を見た際に, 別個に独立に不確かさ評価をし直せるくらいの情報量を記載すること。

バジェットシート例

プラスチックの引張降伏応力測定の場合(提供(株)DJK・JAB RL510)

単位を記入すること。標準不確かさの単位と感度係数の単位を掛け算すると標準不確かさ(出力量)の単位になっていることを確認。

標準不確かさは、感度係数を掛ける前と掛けた後と両方表記すること。

寄与率の欄を作成すれば、どの要因がどの程度影響しているのか、ということがわかりやすい。寄与率は、(各標準不確かさの二乗)/(合成標準不確かさの二乗)で計算できる。

量記号	量	量の値	不確かさ記号	不確かさ要因	確率分布	標準不確かさ	感度係数	標準不確かさ(MPa)	寄与率	備考	
P_Y	降伏荷重	2461.37 N	$u(P_Y)/P_Y$	ロードセル校正証明書の相対標準不確かさ	正規分布	0.00055 N/N	$\frac{P_Y}{D} = F_Y = 61.2891 \text{ N/mm}^2$	0.03371 MPa	2.1%	ロードセルの校正証明書より・拡張不確かさ0.11%	
t	試験片の厚さ	4.00 mm	$u(t)$	厚さ測定の標準不確かさ	-----	0.003062 mm	$-\frac{P_Y}{t^2 b} = -15.32 \text{ N/mm}^3$	0.04692 MPa	4.1%	$u_R(t)$ と $u_S(t)$ の合成。	
			$u_R(t)$	読み取りの四捨五入による不確かさ	矩形分布	0.002887 mm	$-\frac{P_Y}{t^2 b} = -15.32 \text{ N/mm}^3$	0.04424 MPa	3.6%	最小分解能0.001 mmデジタル外側マイクロメータで測定を行うが、規格では、0.01 mmまでの測定と規定されているため。	
			$u_S(t)$	ノギスの校正の不確かさ	正規分布	0.00102 mm	$-\frac{P_Y}{t^2 b} = -15.32 \text{ N/mm}^3$	0.01563 MPa	0.5%	ノギスの校正証明書より。拡張不確かさ $U=(2+L/100) \mu\text{m}$	
b	試験片の幅	10.04 mm	$u(b)$	幅測定の標準不確かさ	-----	0.003072 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2} = -6.104 \text{ N/mm}^3$	0.01875 MPa	0.7%	$u_R(b)$ と $u_S(b)$ の合成。	
			$u_R(b)$	読み取りの四捨五入による不確かさ	矩形分布	0.002887 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2} = -6.104 \text{ N/mm}^3$	0.0176 MPa	0.6%	最小分解能0.001 mmデジタル外側マイクロメータで測定を行うが、規格では、0.01 mmまでの測定と規定されているため。	
			$u_S(b)$	ノギスの校正の不確かさ	正規分布	0.00105 mm	$-\frac{P_Y}{tb^2} = -6.104 \text{ N/mm}^3$	0.0064 MPa	0.1%	ノギスの校正証明書より。拡張不確かさ $U=(2+L/100) \mu\text{m}$	
F_Y	引張降伏応力	61.2891 MPa	$u(\varepsilon_{PER})$	人による標準不確かさ	-----	0.2201 MPa	1	0.2201 MPa	90.2%	社内技術トレーニング時のデータを分散分析し求める。人の水準数9。	
			$u(\varepsilon_{SAM})$	試験片による標準不確かさ	-----	0.03952 MPa	1	0.03952 MPa	2.9%	社内技術トレーニング時のデータを分散分析し求める。破壊試験のため、試験片による標準不確かさと測定の繰り返しによる標準不確かさが分離できず、両方合成された形で、分散分析の繰り返しとして算出される。	
			$u(\varepsilon_{REP})$	測定の繰り返しによる標準不確かさ	-----	0.03952 MPa	1	0.03952 MPa	2.9%	社内技術トレーニング時のデータを分散分析し求める。破壊試験のため、試験片による標準不確かさと測定の繰り返しによる標準不確かさが分離できず、両方合成された形で、分散分析の繰り返しとして算出される。	
合成標準不確かさ								0.2317 MPa		相対合成標準不確かさ	0.03%
拡張不確かさ(k=2)								0.5 MPa		相対拡張不確かさ	0.06%

入力量の情報: 入力量の値を明示。本例の場合 F_Y については出力量の値となる。

入れ子の構造: 一つの変数に同一の入力量に複数の不確かさ要因がある場合は、このような入れ子の構造が分かるようにする。

確率分布: タイプB評価したときに適用した確率分布を書くこと。タイプA評価したとき、複数の不確かさを合成したものについては、書かなくてもよい。

不確かさ記号: 小文字の u を用い、括弧の中に入力量を表す変数を入れる。同一の入力量に複数の不確かさ要因がある場合は、 u に添え字を付けて区別する。相対標準不確かさを用いている場合は、 $u(P_Y)/P_Y$ のように、相対値であることを明示する。なぜなら、相対湿度のような、入力量の値そのものが相対値であるものと区別するためである。

感度係数は、数値以外にも、数式も書いた方がよい。あまりに数式が長くなる場合は、バジェットシートの近くに感度係数の別表を作成すること。

備考の欄を作成し、そこに簡単な不確かさ、感度係数の算出法について記載すること。

不確かさの相対値がほしい場合は、一番最後に求めると間違いが少ない。

拡張不確かさまで求めた後に、最終的に必要な有効桁数(1桁もしくは2桁)で丸める。

モデル式
$$F_Y = \frac{P_Y}{tb} + \varepsilon_{SAM} + \varepsilon_{PER} + \varepsilon_{REP}$$

測定結果 $F_Y = 61.3 \text{ MPa} \pm 0.5 \text{ MPa} (k=2)$

モデル式: バジェットシートの近辺にモデル式を書いておくこと。

測定結果: バジェットシートの近辺に測定結果を書いておくこと。

最後に

- 測定結果には必ず不確かさが含まれる。測定結果を過信しすぎないように。(特にデジタル表示に注意！)
- 不確かさとは、評価した人がどの程度よくその測定を知っているのか、どれだけ誠実に測定に向き合っているのか、ということを反映する鏡のようなものである。測定に対する知識が増えれば、問題解決力の上昇に繋がる！

更に情報を知りたい方へ

不確かさWeb

<https://unit.aist.go.jp/mcml/rg-mi/uncertainty/uncertainty.html>

計量標準基盤研究グループが運営するHP。初心者の方は、「初心者向け不確かさセミナー」、「初心者脱出不確かさ評価セミナー」がおすすめ。

<https://unit.aist.go.jp/mcml/rg-mi/uncertainty/club09s.html>

<https://unit.aist.go.jp/mcml/rg-mi/uncertainty/club10s.html>

興味がある方は是非「不確かさクラブ」へもご入会下さい。(参加費等は無料です)

分析値の不確かさ

日本分析化学会監訳, 米沢仲四郎訳, 丸善出版

EURACHEM/CITAC Guide CG4 Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement

の翻訳版。原文は,

https://www.eurachem.org/images/stories/Guides/pdf/QUAM2012_P1.pdf

からダウンロードできる。

分析化学における不確かさ評価ではバイブルのように用いられている文書。分析化学関連の事例も多く載っている。

更に情報を知りたい方へ

分析・測定データの統計処理

田中秀幸著, 高津章子協力, 朝倉書店

不確かさ評価で用いる統計的手法について詳しく解説。通常の標準偏差の算出法から, 分散分析, 回帰分析について解説。測定データからばらつきを算出する統計的手法について特化。事例はほとんど分析化学関連のもの。

NITE認定センターHP公開文書一覧

JCSS・・・<http://www.nite.go.jp/iajapan/jcss/documents/index.html>

JNLA・・・<http://www.nite.go.jp/iajapan/jnla/documents/index.html>

試験所認定を行っている機関。JCSSは校正機関, JNLAは試験所に関するもの。

公開文書の中には不確かさ評価事例が豊富にあり, 参考になる事例も多くある。

JAB試験所・校正機関の認定, 基準類

<https://www.jab.or.jp/service/laboratory/bal/>

試験所認定を行っている機関。不確かさに関する解説も公開されている。